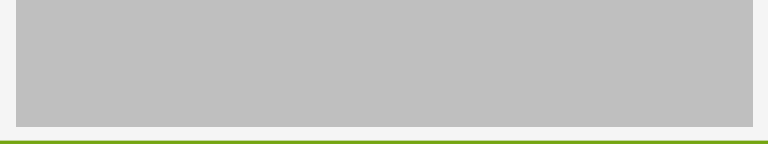


Séminaire inter académique des IA-IPR de mathématiques
Mardi 10 décembre 2013

Jean-Alain Roddier
IA-IPR de mathématiques
Académie de Clermont-Ferrend

L'appropriation au centre de l'enseignement des mathématiques



*Comment influencer sur les pratiques pédagogiques
afin de mettre l'appropriation des contenus et
savoir-faire au centre de l'enseignement des
mathématiques?*

La recherche de problème

Un constat :

L'élève est souvent placé directement en situation de recherche.

La recherche de problème est ainsi davantage une mise en condition de l'élève qu'une action de formation.

La démarche d'investigation

Programmes de collège Introduction commune

III. LA DEMARCHE D'INVESTIGATION

Dans la continuité de l'école primaire, les programmes du collège privilégient pour les disciplines scientifiques et la technologie une démarche d'investigation. Comme l'insignent les modalités décrites ci-dessous, cette démarche n'est pas unique. Elle n'est pas non plus exclusive et tous les objets d'étude ne se prêtent pas également à sa mise en œuvre. Une présentation par l'enseignant est parfois nécessaire, mais elle ne doit pas, en général, constituer l'essentiel d'une séance dans le cadre d'une démarche qui privilégie la construction du savoir par l'élève. Il appartient au professeur de déterminer les sujets qui feront l'objet d'un exposé et ceux pour lesquels la mise en œuvre d'une démarche d'investigation est pertinente.

La démarche d'investigation présente des analogies entre son application au domaine des sciences expérimentales et à celui des mathématiques. La spécificité de chacun de ces domaines, liée à leurs objets d'étude respectifs et à leurs méthodes de preuve, conduit cependant à quelques différences dans la réalisation. Une éducation scientifique complète se doit de faire prendre conscience aux élèves à la fois de la proximité de ces démarches (résolution de problèmes, formulation respectivement d'hypothèses explicatives et de conjectures) et des particularités de chacune d'entre elles, notamment en ce qui concerne la validation, par l'expérimentation d'un côté, par la démonstration de l'autre.

Repères pour la mise en œuvre

1. Divers aspects d'une démarche d'investigation

Cette démarche s'appuie sur le questionnement des élèves sur le monde réel (en sciences expérimentales et en technologie) et sur la résolution de problèmes (en mathématiques). Les investigations réalisées avec l'aide du professeur, l'élaboration de réponses et la recherche d'explications ou de justifications débouchent sur l'acquisition de connaissances, de compétences méthodologiques et sur la mise au point de savoir-faire techniques.

Dans le domaine des sciences expérimentales et de la technologie, chaque fois qu'elles sont possibles, matériellement et déontologiquement, l'observation, l'expérimentation ou l'action directe par les élèves sur le réel doivent être privilégiées.

Une séance d'investigation doit être conclue par des activités de synthèse et de structuration organisées par l'enseignant, à partir des travaux effectués par la classe. Celles-ci portent non seulement sur les quelques notions, définitions, résultats et outils de base mis en évidence, que les élèves doivent connaître et peuvent désormais utiliser, mais elles sont aussi l'occasion de dégager et d'explicitier les méthodes que nécessite leur mise en œuvre.

2. Canevas d'une séquence d'investigation

Ce canevas n'a pas la prétention de définir « la » méthode d'enseignement, ni celle de figer de façon exhaustive un déroulement imposé. Une séquence est constituée en général de plusieurs séances relatives à un même sujet d'étude.

Par commodité de présentation, sept moments essentiels ont été identifiés. L'ordre dans lequel ils se succèdent ne constitue pas une trame à adopter de manière linéaire. En fonction des sujets, un aller et retour entre ces moments est tout à fait souhaitable, et le temps consacré à chacun doit être adapté au projet pédagogique de l'enseignant.

Les modes de gestion des regroupements d'élèves, du binôme au groupe-classe selon les activités et les objectifs visés, favorisent l'expression sous toutes ses formes et permettent un accès progressif à l'autonomie.

La spécificité de chaque discipline conduit à penser différemment, dans une démarche d'investigation, le rôle de l'expérience et le choix du problème à résoudre. Le canevas proposé doit donc être aménagé pour chaque discipline.

Le choix d'une situation - problème :

- analyser les savoirs visés et déterminer les objectifs à atteindre ;
- repérer les acquis initiaux des élèves ;
- identifier les conceptions ou les représentations des élèves, ainsi que les difficultés persistantes (analyse d'obstacles cognitifs et d'erreurs) ;
- élaborer un scénario d'enseignement en fonction de l'analyse de ces différents éléments.

L'appropriation du problème par les élèves :

Les élèves proposent des éléments de solution qui permettent de travailler sur leurs conceptions initiales, notamment par confrontation de leurs éventuelles divergences pour favoriser l'appropriation par la classe du problème à résoudre.

L'enseignant guide le travail des élèves et, éventuellement, l'aide à reformuler les questions pour s'assurer de leur sens, à les recentrer sur le problème à résoudre qui doit être compris par tous. Ce guidage ne doit pas amener à occulter ces conceptions initiales mais au contraire à faire naître le questionnement.

La formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives, de protocoles possibles :

- formulation orale ou écrite de conjectures ou d'hypothèses par les élèves (ou les groupes) ;
- élaboration éventuelle d'expériences, destinées à tester ces hypothèses ou conjectures ;
- communication à la classe des conjectures ou des hypothèses et des éventuels protocoles expérimentaux proposés.

L'investigation ou la résolution du problème conduite par les élèves :

- moments de débat interne au groupe d'élèves ;
- contrôle de l'isolement des paramètres et de leur variation, description et réalisation de l'expérience (schémas, description écrite) dans le cas des sciences expérimentales, réalisation en technologie ;
- description et exploitation des méthodes et des résultats ; recherche d'éléments de justification et de preuve, confrontation avec les conjectures et les hypothèses formalisées précédemment.

L'échange argumenté autour des propositions élaborées :

- communication au sein de la classe des solutions élaborées, des réponses apportées, des résultats obtenus, des interrogations qui demeurent ;
- confrontation des propositions, débat autour de leur validité, recherche d'arguments ; en mathématiques, cet échange peut se terminer par le constat qu'il existe plusieurs voies pour parvenir au résultat attendu et par l'élaboration collective de preuves.

L'acquisition et la structuration des connaissances :

- mise en évidence, avec l'aide de l'enseignant, de nouveaux éléments de savoir (notion, technique, méthode) utilisés au cours de la résolution,
- confrontation avec le savoir établi (comme autre forme de recours à la recherche documentaire, recours au manuel), en respectant des niveaux de formulation accessibles aux élèves, donc inspirés des productions auxquelles les groupes sont parvenus ;
- recherche des causes d'un éventuel désaccord, analyse critique des expériences faites et proposition d'expériences complémentaires,
- reformulation écrite par les élèves, avec l'aide du professeur, des connaissances nouvelles acquises en fin de séquence.

La mobilisation des connaissances :

- exercices permettant d'automatiser certaines procédures, de maîtriser les formes d'expression liées aux connaissances travaillées : formes langagières ou symboliques, représentations graphiques... (entraînement), liens ;
- nouveaux problèmes permettant la mise en œuvre des connaissances acquises dans de nouveaux contextes (réinvestissement) ;
- évaluation des connaissances et des compétences méthodologiques.

La démarche d'investigation

Objectifs en termes de méthodologie :

- ❑ Structurer l'activité de recherche à l'aide de la mise en place de phases.
- ❑ Accorder du temps à chaque phase (moduler ce temps).

4 phases « poreuses »

Phase d'appropriation

Phase de recherche

Phase de restitution

Phase de capitalisation

La recherche de problème

Une préconisation :

Mettre en place une phase primaire
d'appropriation

Le temps de lecture simple de l'énoncé

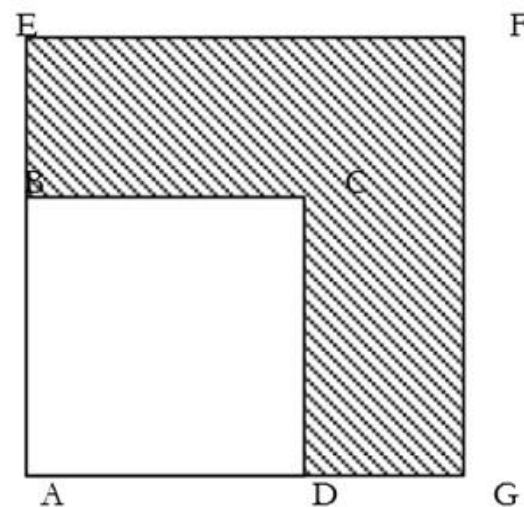
**L'énoncé est projeté au tableau.
Différents scénarii de lecture.**

Extrait de la banque de problèmes pour le collège Fin de 4ième

Sur la figure ci-contre :

- AEFG est un carré de côté 17 cm,
- ABCD est un carré,
- B est un point mobile du segment [AE] et D est un point mobile du segment [AG] tels que ABCD reste un carré.

À quelle distance du point A doit-on placer le point B pour que la surface hachurée ait une aire de 189 cm^2 ?



Le temps d'explicitation de l'énoncé

Amener tous les élèves à progresser dans l'appréhension de l'énoncé.

Installer un dialogue à partir de questions préparées.

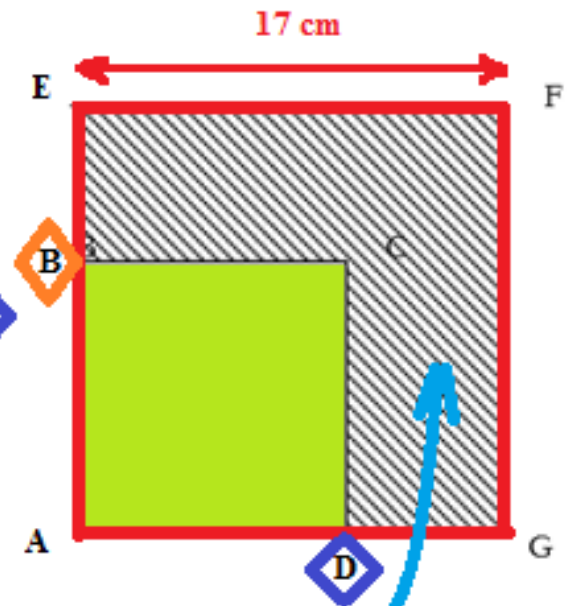
Inclure une composante visuelle.

Un travail factuel sur l'énoncé.

Sur la figure ci-contre :

- AEFG est un carré de côté 17 cm.
- ABCD est un carré.
- B est un point mobile du segment [AE] et D est un point mobile du segment [AG] tels que ABCD reste un carré.

À quelle distance du point A doit-on placer le point B pour que la surface hachurée ait une aire de 189 cm^2 ?



Phase primaire d'appropriation

Privilégier un temps uniquement réservé à la lecture ;
Expliciter concrètement et en « co-construction » l'énoncé.



Phase primaire
d'appropriation

La recherche de problème

Un constat :

La correction du problème est la plupart donnée en fin d'heure avec comme consigne tacite une appropriation à réaliser à la maison.

La recherche de problème

Une préconisation :

Conduire un processus d'appropriation de la correction pendant le temps de classe avec :

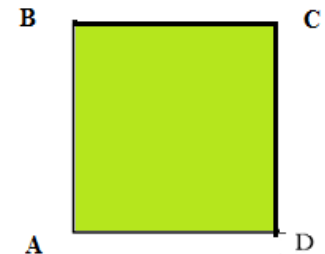
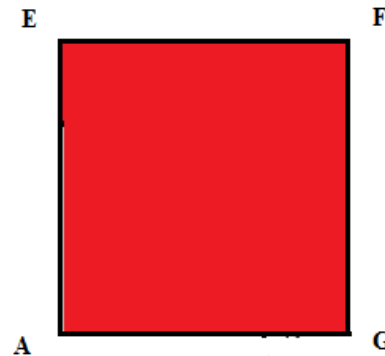
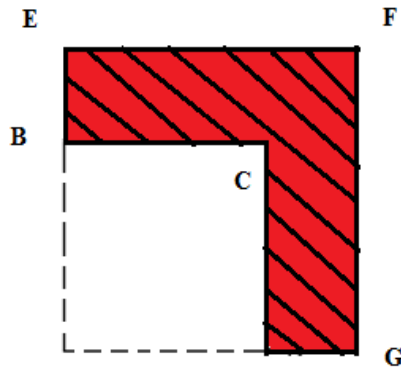
- ❑ la préparation en amont des explications ;
- ❑ Une structuration pédagogique de ces explications.

La dynamique explicative

Expliciter la consigne

Les explications dans le cadre géométrique

Phase primaire
d'appropriation



La partie hachurée est obtenue en prenant le grand carré et en enlevant le petit carré.

La dynamique explicative

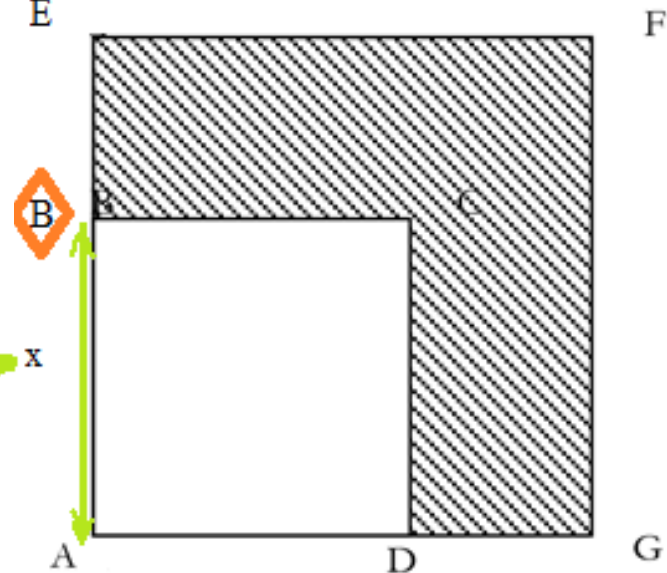
Expliciter la démarche

- On cherche la position du point **B** sur le segment $[AE]$.
- Cela revient à chercher la mesure en cm de AB.

Choix de l'inconnue

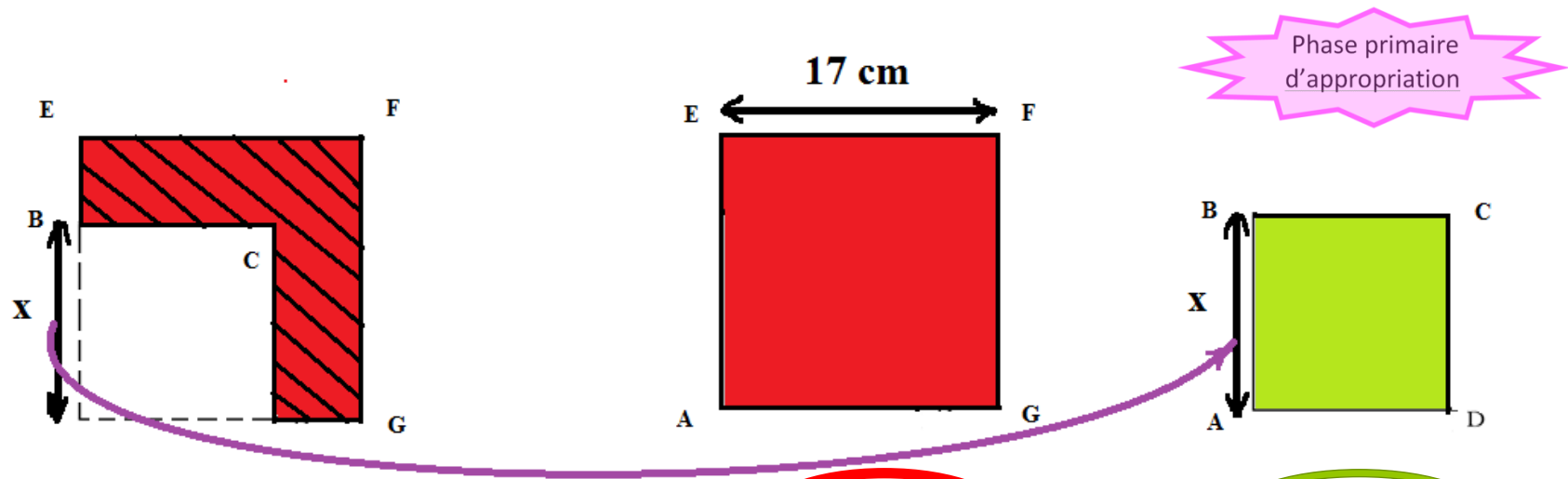
- On pose $x = AB$

Phase primaire
d'appropriation



La dynamique explicative

Accompagner les changements de cadre

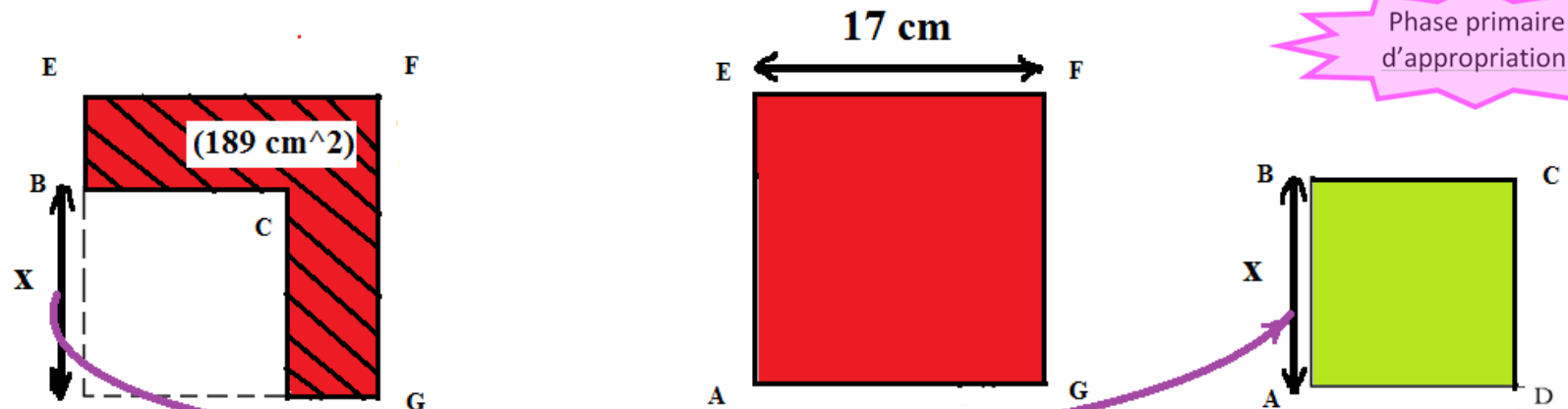


La partie hachurée est obtenue en prenant le grand carré et en enlevant le petit carré.

La dynamique explicative

Décortiquer ces changements de cadre

L'association entre le cadre géométrique et le cadre algébrique



La partie hachurée est obtenue en prenant le grand carré et en enlevant le petit carré

$$189 = 17^2 - x^2$$

L'appropriation des formules

Un constat :
La formule est « noyée dans la masse ».

L'appropriation des formules

Une préconisation :

Extraire la formule et lui appliquer un processus d'appropriation en 3 phases.

L'appropriation des formules

Phase n°1 : on montre la structure syntaxique de la formule.

Une phase d'appropriation appliquée aux formules


$$y = f'(a) \cdot (x - a) + f(a)$$

Il y a deux termes dans le membre de droite.
y et x interviennent une seule fois dans la formule ;
il en va de même de f et de f'.
En revanche, a intervient 3 fois.

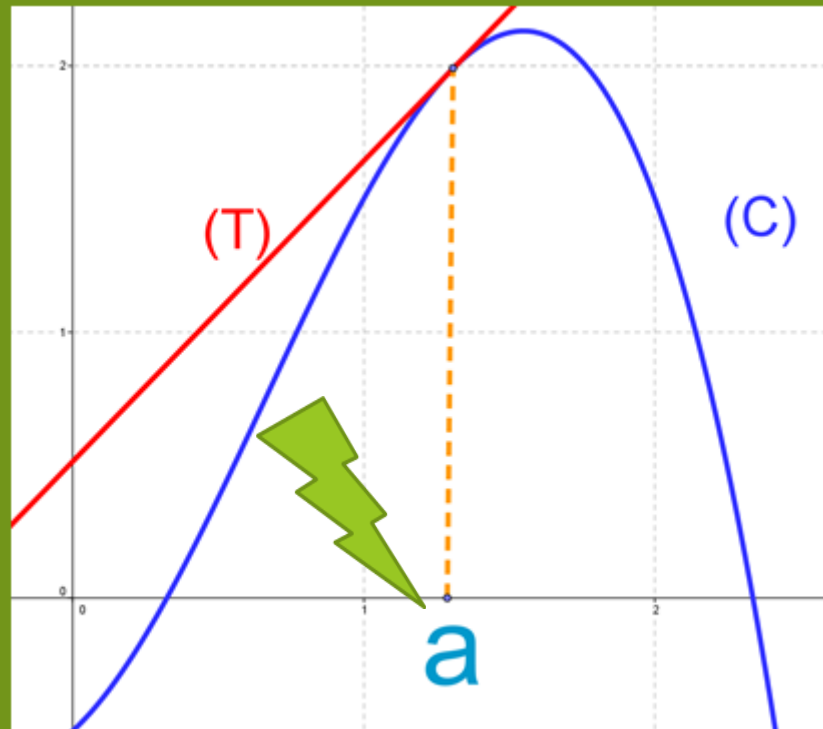
Phase primaire
d'appropriation

L'appropriation des formules

Phase n°2 : on montre la structure sémantique de la formule.

Une phase d'appropriation appliquée aux formules ^{1/2}

$$y = f'(a) \cdot (x - a) + f(a)$$



Phase primaire
d'appropriation

Une phase d'appropriation appliquée aux formules ^{2/2}

$$y = f'(a) \cdot (x - a) + f(a)$$

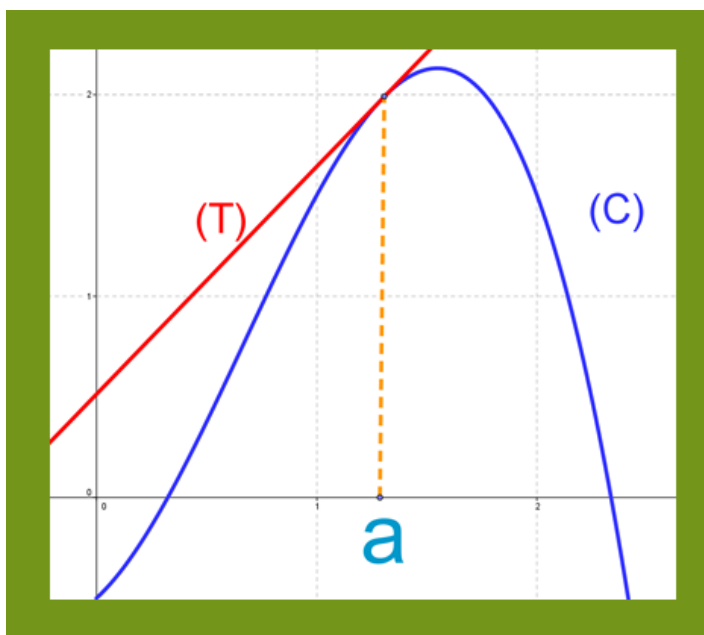
pour $x=a$, on doit retrouver $y = f(a)$
 $f'(a)$ est le coefficient de x

L'appropriation des formules

Phase n°3 : on travaille sur le changement de registre de représentation sémiotique

Une phase d'appropriation appliquée aux formules

$$y = f'(a) \cdot (x - a) + f(a)$$



La tangente au point d'abscisse a
est la droite
passant par le point de la courbe
d'abscisse a
et de coefficient directeur $f'(a)$

Phase primaire
d'appropriation

L'exemple

Un constat :

L'exemple vient en qualité d'illustration de la notion.
Il est placé la plupart du temps après le formalisme.

L'exemple

Une préconisation :

Reconsidérer la place de l'exemple par rapport à celle de la formalisation.

Raisonnement et langage mathématiques

B.O.

Bulletin officiel spécial n° 9 du 30 septembre 2010

Annexe

MATHÉMATIQUES

CYCLE TERMINAL DE LA SÉRIE ÉCONOMIQUE ET SOCIALE ET DE LA SÉRIE

LITTÉRAIRE

CLASSE DE PREMIÈRE

L'enseignement des mathématiques au collège et au lycée a pour but de donner à chaque élève la culture mathématique indispensable pour sa vie de citoyen et les bases nécessaires à son projet de poursuite d'études. Le cycle terminal des séries ES et L permet l'acquisition d'un bagage mathématique qui favorise une adaptation aux différents cursus accessibles aux élèves, en développant leur sens critique vis-à-vis des informations chiffrées et, plus largement, en les formant à la pratique d'une démarche scientifique.

L'apprentissage des mathématiques cultive des compétences qui facilitent une formation tout au long de la vie et aident à mieux appréhender une société en évolution. Au-delà du cadre scolaire, il s'inscrit dans une perspective de formation de l'individu.

Objectif général

Outre l'apport de nouvelles connaissances, le programme vise le développement des compétences suivantes :

- mettre en œuvre une recherche de façon autonome ;
- mener des raisonnements ;
- avoir une attitude critique vis-à-vis des résultats obtenus ;
- communiquer à l'écrit et à l'oral.

Raisonnement et langage mathématiques

Comme en classe de seconde, les capacités d'argumentation et de logique font partie intégrante des exigences du cycle terminal.

Les concepts et méthodes relevant de la logique mathématique ne font pas l'objet de cours spécifiques mais prennent naturellement leur place dans tous les champs du programme.

De même, le vocabulaire et les notations mathématiques ne sont pas fixés d'emblée, mais sont introduits au cours du traitement d'une question en fonction de leur utilité.

Il convient de prévoir des temps de synthèse, l'objectif étant d'atteindre une bonne maîtrise en fin de cycle terminal.

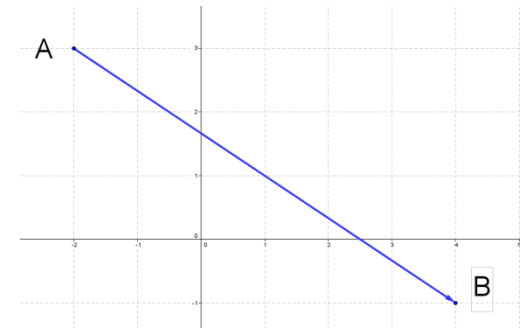
L'exemple générique

Un exemple générique est un exemple décortiqué qui peut éventuellement se substituer au formalisme (ou l'introduire).

Il a pour rôle de lever les difficultés d'appréhension du caractère abstrait des objets mathématiques.

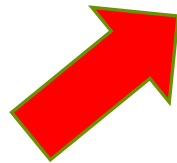
L'exemple générique

A(-2 ; 3) et B(4 ; -1)

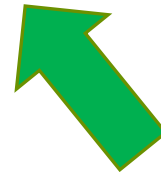


Question pour une « co-construction » :
On cherche à remplir la ligne ci-dessous :

$\overrightarrow{AB}$ (... ; ...)



Un nombre qui représente
le déplacement horizontal
pour aller de A à B.

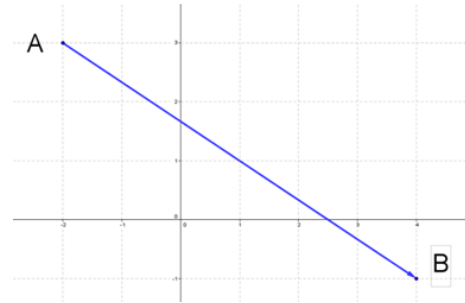


Un nombre qui représente
le déplacement vertical
pour aller de A à B.

Phase primaire
d'appropriation

L'exemple générique

A(-2 ; 3) et B(4 ; -1)



Question pour une « co-construction » :
On cherche à remplir les deux cases ci-dessous

$$\overrightarrow{AB} (4 - (-2) ; (-1) - 3)$$

Phase primaire
d'appropriation

x_B - ...

... - ...

Le support visuel des explications

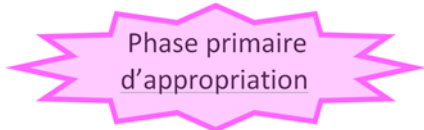
Un constat :

Le contenu du tableau est improvisé ou dicté par ce qui se passe pendant la séance.

Le support visuel des explications

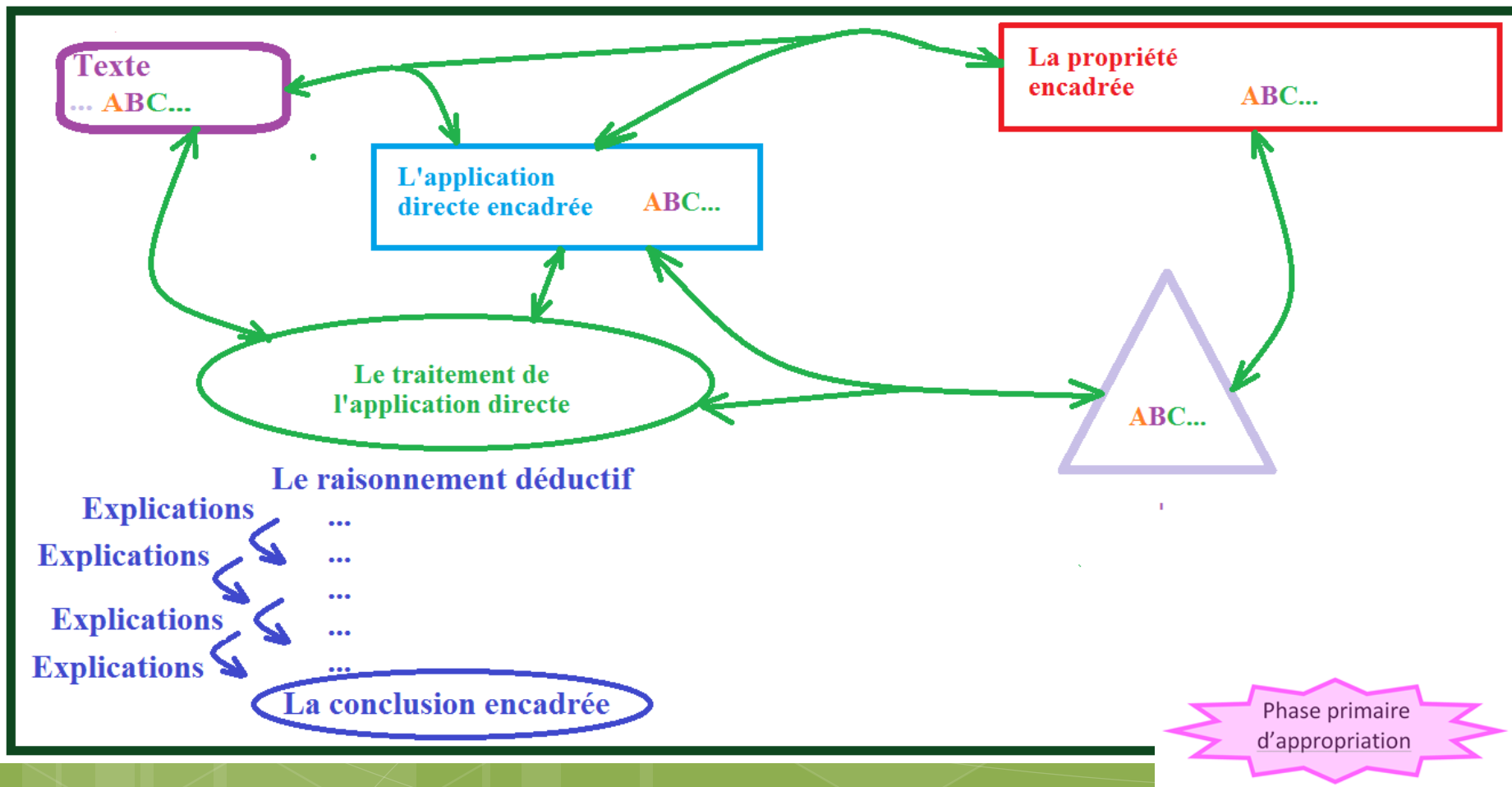
Préconisations :

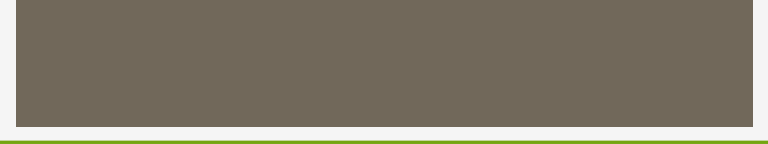
Avoir un tableau pré-pensé
avec les points importants recentrés au sens
premier du terme. Conduire le professeur à
montrer le tableau
et ne pas avoir un discours « dans le vide ».
Veiller à la mise en place d'une phase
d'appropriation
sur les éléments portés au tableau.



Phase primaire
d'appropriation

Le tableau est un tableau





Merci !