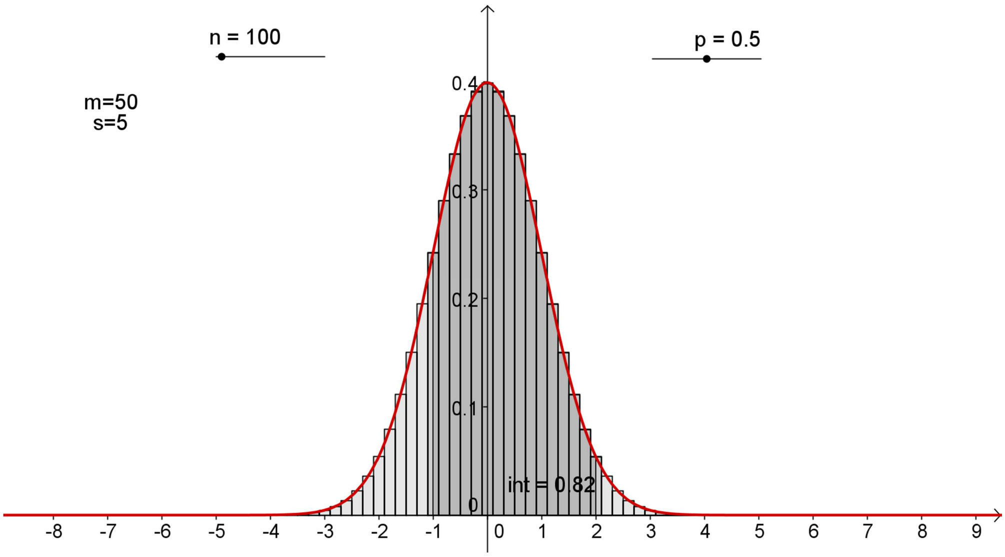
D'un histogramme à une courbe en cloche **Nathan Hyperbole page 399Activité 1**

adresse https://dl.dropbox.com/u/40340014/NHp399A1.ggb

<u>Objectif</u> : introduire la loi normale centrée réduite. X_n est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres *n* et *p*. On se propose d'étudier une propriété graphique de la variable aléatoire Z_n dite centrée réduite associée à X_n



Vers l'intervalle de fluctuation asymptotique : un sac de billes **Bordas Indice page 356 Activité 1**

<u>Objectif</u> : approcher la notion d'intervalle de fluctuation asymptotique

Xn nombre de billes rouges tirées au hasard et avec remise d'un sac de billes contenant un cinquième de billes rouges. $F_n = X_n/n$.

$$I_n = \left[p - 1{,}96 \times \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} ; p + 1{,}96 \times \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right].$$

Q.2 pour n = 100 on montre que $P(F_n \in I_n) = P(13 \leq X_n \leq 27)$

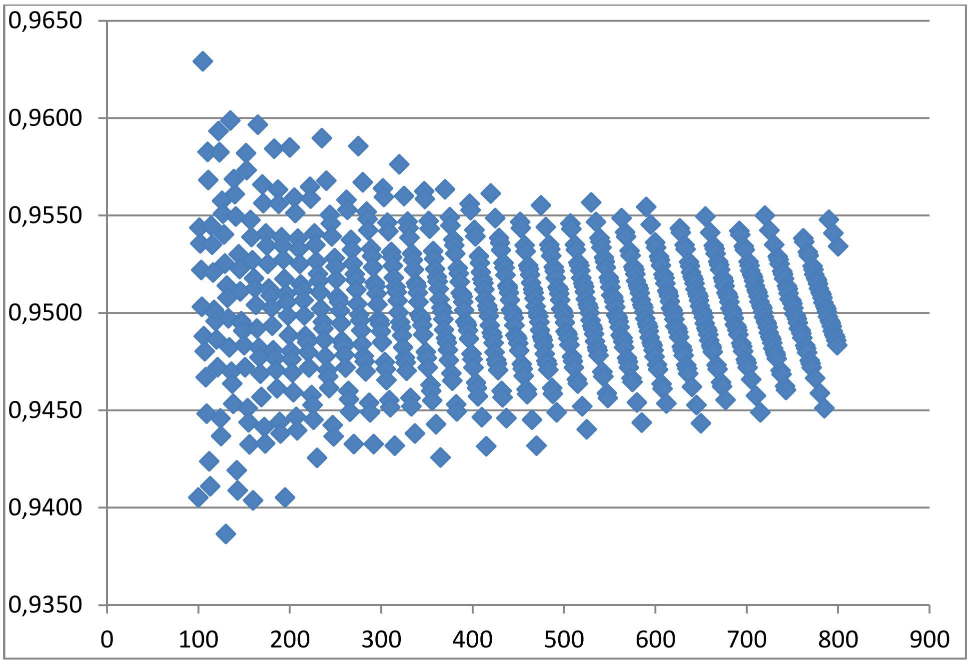
Q.3. $n \in$ [100 : 800] les intervalles In et les probabilités $P(F_n \in I_n)$ ont été calculés avec un tableur et les résultats sont accessibles en ligne http://indice.editions-bordas.fr/eleve/nodeorder/term/1113

p		**n**	**Borne inf**	**Borne sup**	**P(Fn) dans In**
0,2		100	0,1216	0,2784	0,9405
		101	0,12198908	0,27801092	0,9544

Et la formule entrée dans **P(Fn) dans In**
=LOI.BINOMIALE(ARRONDI.INF(E2*C2;0);C2;A$2;1)-LOI.BINOMIALE(ARRONDI.INF(D2*C2;0);C2;A$2;1)

Le graphique qui représente les points de coordonnées $(n;\ P(F_n \in I_n))$ est alors donné et il est demandé un encadrement des probabilités $P(F_n \in I_n)$ pour n compris entre 100 et 800.

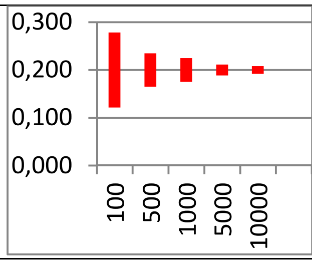
Voir fichier associé https://dl.dropbox.com/u/40340014/12_TS_activite1.xls



Q.4. l'utilisation du théorème de Moivre Laplace permet de prouver que

$$\lim_{n\to+\infty} P(0{,}2 - u_n \leq F_n \leq 0{,}2 + u_n) = 0{,}95 \ avec \ u_n = \frac{0{,}784}{\sqrt{n}} = 1{,}96\frac{\sqrt{0{,}2(1-0{,}2)}}{\sqrt{n}}.$$

Les intervalles $[0{,}2 - u_n ; 0{,}2 + u_n]$ sont représentés pour n égal à 100, 500, 1000, 5000 et 10 000 dans le fichier accessible en ligne ou dans le fichier ci-joint https://dl.dropbox.com/u/40340014/12_TS_activite1.xls



Comparaison intervalle de fluctuation asymptotique et intervalle de fluctuation vu en seconde
Bordas Indice p357 Activité 3

Voir énoncé https://dl.dropbox.com/u/40340014/BIp357A3bis.jpg

Objectif : **Cette activité permet de comparer l'intervalle de fluctuation asymptotique à l'intervalle**

$$\boldsymbol{J_n = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]}.$$

Q1 Il est demandé de montrer que $I_n \subset J_n$.

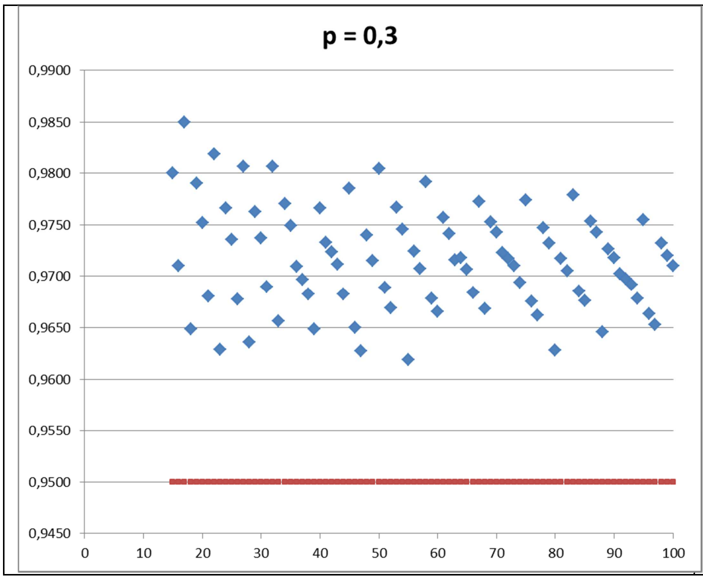
Q.2. Jn étant un intervalle asymptotique, on n'est pas assuré que la probabilité que $\frac{X_n}{n} \in J_n$ soit supérieure à 0,95 pour toute valeur de n.

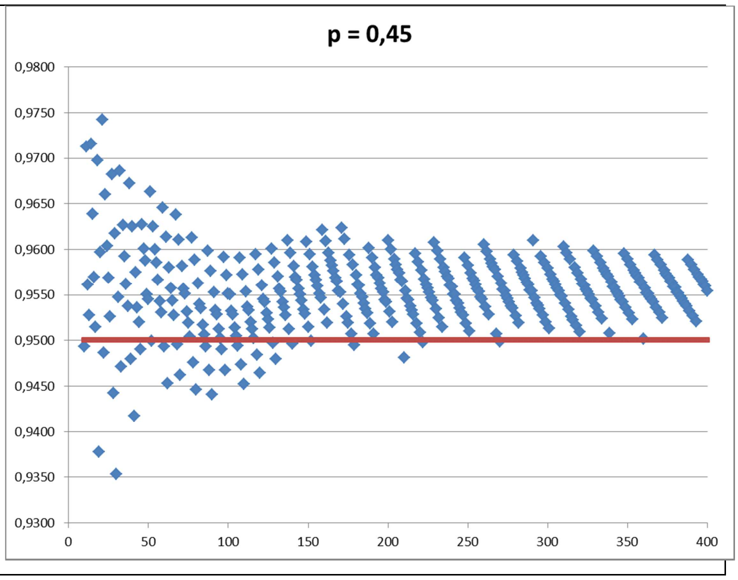
a. Une observation des résultats obtenus au tableur est proposée pour p = 0,2 et p = 0,3.

b. Pour p = 0,35 puis 0,40 puis 0,45, il est demandé de conjecturer à partir de quelle valeur n_0 de n on a

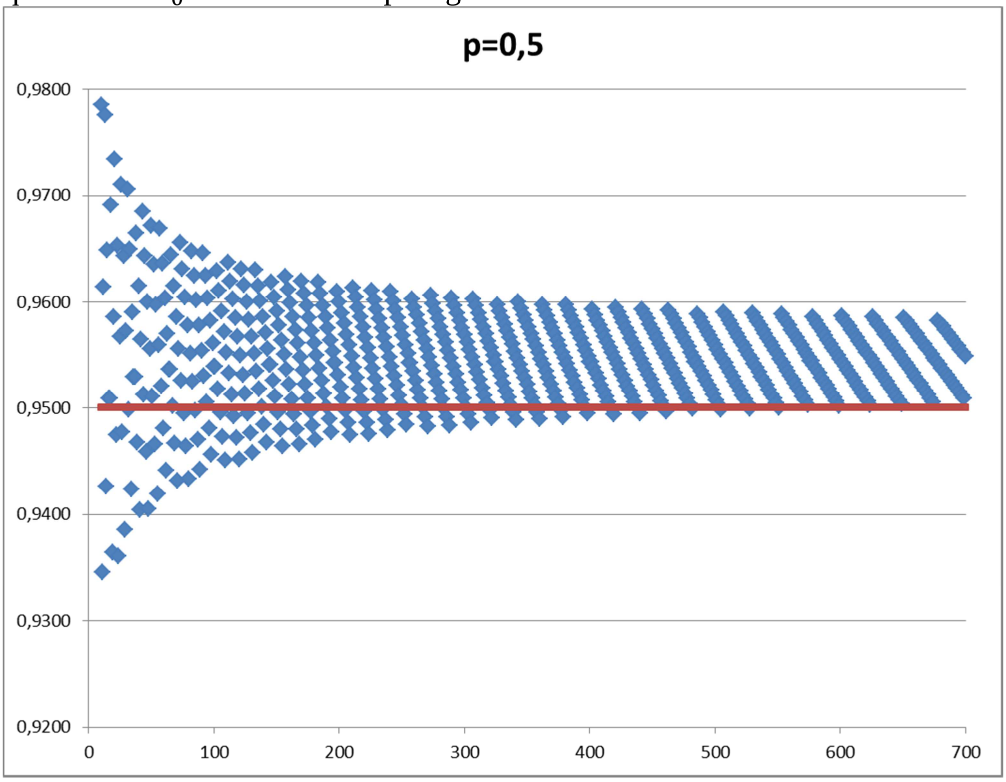
$$v_n = P\left(\frac{X_n}{n} \in J_n\right) \geq 0{,}95 \ pour\ tout\ entier\ n \ \geq \ n_0 \ .$$

Réponses, https://dl.dropbox.com/u/40340014/12_TS_activite3.xls et ci-dessous quelques copies d'écran.





c. Une conjecture est demandée pour p = 0,5 assorti de la question : pourquoi est-ce pour cette valeur de p que le réel n_0 semble être le plus grand ?



Remarque : extrait du document d'accompagnement :

On peut constater que :

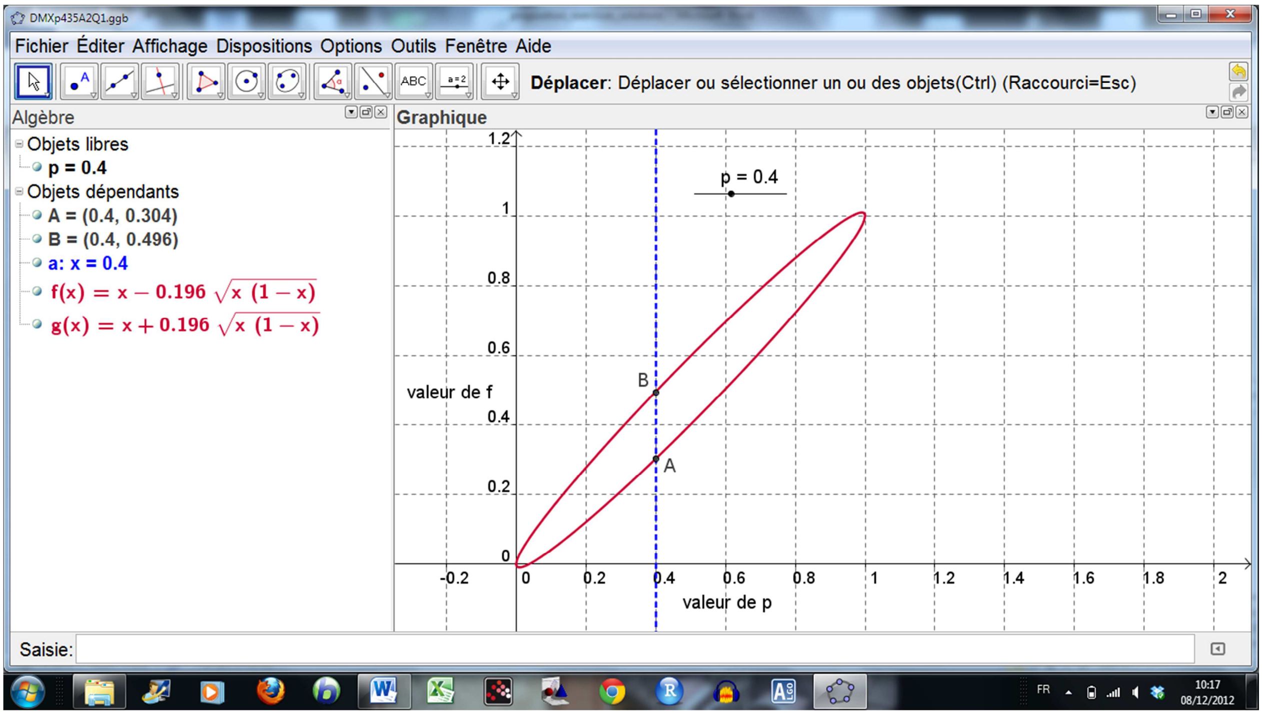
pour p =0,3 $\quad \mathrm{P}(p-\frac{1}{\sqrt{n}} \leq \frac{X_n}{n} \leq p+\frac{1}{\sqrt{n}}) \geq 0{,}95$ semble vérifiée pour tout entier n,

pour p =0,5 $\quad \mathrm{P}(p-\frac{1}{\sqrt{n}} \leq \frac{X_n}{n} \leq p+\frac{1}{\sqrt{n}}) \geq 0{,}95$ semble être vérifiée pour tout entier $n \geq 600$.

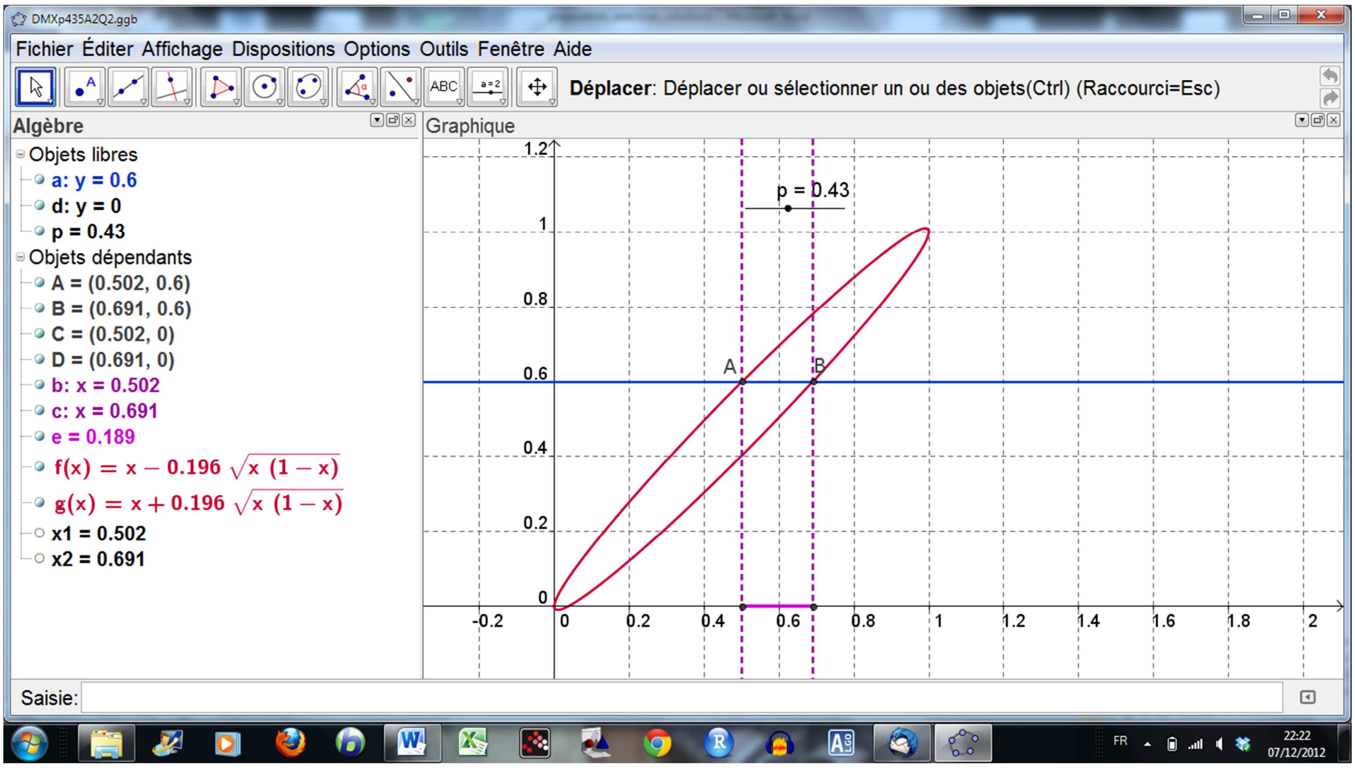
On peut remarquer que la plus grande valeur de n_0 est atteinte pour $p = 1/2$. C'est effectivement pour cette valeur que la fluctuation est la plus importante puisque la variance est maximale pour cette valeur de p.

A la recherche d'un intervalle de confiance ; introduction graphique Didier Math'X p 435 Activité 2

1. Question 1. _ https://dl.dropbox.com/u/40340014/DMXp435A2Q1.ggb



2. Supposons maintenant que l'on ignore la valeur de p (on ne connait pas la proportion de boules rouges dans l'urne). On possède cependant la fréquence $f = 0{,}6$ des boules rouges après un prélèvement au hasard et avec remise de 100 boules. La recherche d'un intervalle de confiance à 95% pour p consiste en une inversion du point de vue. Voir https://dl.dropbox.com/u/40340014/DMXp435A2Q2.ggb



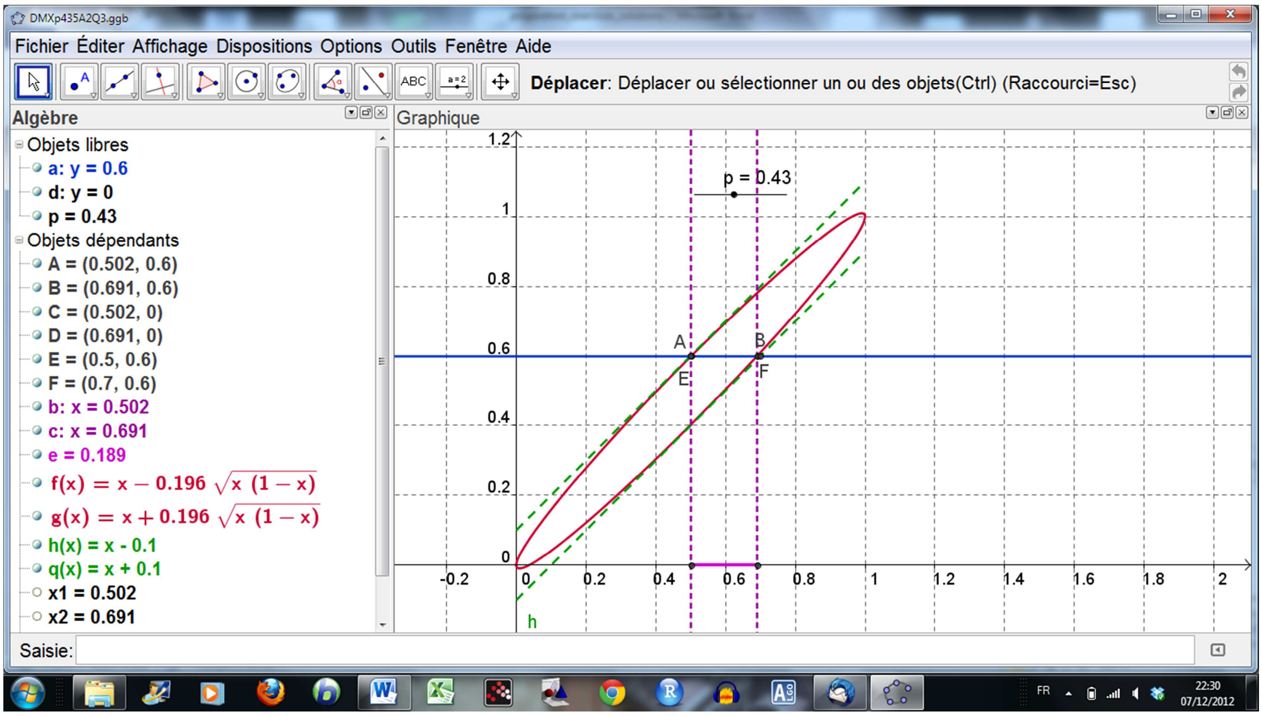
GeoGebra renvoie comme intervalle de confiance [0,502 ; 0,691]

Avec Xcas : resoudre((0.6-x)^2=0.196^2*x*(1-x)) *renvoie* [0.502000784618,0.690600253886].

Fichier Xcas https://dl.dropbox.com/u/40340014/DMXp435A2Q2.xws

3. En seconde, un intervalle de fluctuation de F au seuil de 95% est donné par $\left[p-\frac{1}{\sqrt{100}};p+\frac{1}{\sqrt{100}}\right]$.

Réponse : l'intervalle obtenu est alors [0,5 ; 0,7] https://dl.dropbox.com/u/40340014/DMXp435A2Q3.ggb



Intervalle de confiance et fourchettes de sondages document d'accompagnement et **NTp451TP19**

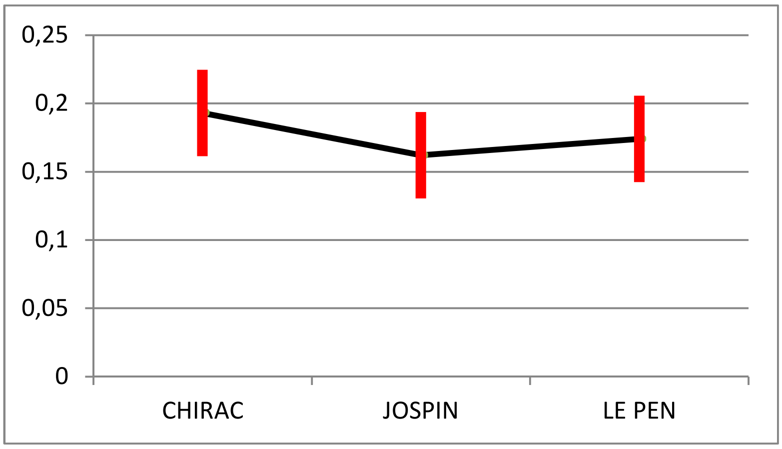
Sur les 1000 personnes, 135 ont déclaré vouloir voter pour Jean-Marie Le Pen, 195 ont déclaré vouloir voter pour Jacques Chirac, 170 ont déclaré vouloir voter pour Lionel Jospin.
On peut déterminer trois intervalles de confiance au risque 5% :
Jean-Marie Le Pen [0,135 - 0,032 ; 0,135 + 0,032] = [0,103 ; 0,167]
Jacques Chirac [0,195 - 0,032 ; 0,195 + 0,032] = [0,163 ; 0,227]
Lionel Jospin [0,170 - 0,032 ; 0,170 + 0,032]=[0,138 ; 0,202].
Ce que l'on appelle la « fourchette » du sondage, c'est-à-dire la demi-longueur de l'intervalle de confiance, vaut $\frac{1}{\sqrt{1000}} \approx 0,032$. Donc la valeur unique donnée par l'institut est entachée d'une imprécision de +/-3%.
En examinant les trois intervalles trouvés, on peut a posteriori dire que le vrai résultat 16,9%, 19,9%, 16,2% est compatible avec ceux-ci pour Jacques Chirac et Lionel Jospin car leurs résultats sont dans les intervalles correspondants. En revanche, le résultat de Jean-Marie Le Pen est légèrement supérieur à la borne supérieure de son intervalle de confiance (mais l'institut CSA lui donnait 14%, ce qui donne l'intervalle [0,108; 0,172] qui contient son score réel).

Fichier pour la simulation voir TP 19 p 451 Nathan transmath:
https://dl.dropbox.com/u/40340014/NTp451TP19.xlsx

Dans la colonne sondage : =SI(A4<=0,1988;1;SI(A4<=0,3606;2;SI(A4<=0,5292;3;4))) renvoie 1 si vote pour Chirac, 2 si vote pour Jospin, 3 si vote pour Le Pen et 4 sinon.

ELECTION	NTp451TP19	sondage	19%	18%	14%
			CHIRAC	**JOSPIN**	**LE PEN**
Aleas	**Sondage**	**Borne inférieure fourchette**	0,17037722	0,10737722	0,16637722
0,214452923	2	**Borne supérieure fourchette**	0,23362278	0,17062278	0,22962278
0,740221901	4	**Fréquence**	0,202	0,139	0,198
0,050044201	1				

Observer les différents classements possibles : aller dans « formules » et « recalculer »…



Intervalles de confiance, approfondissement : comparaison de deux proportions (semis)

Un maraîcher achète un lot de semences de tomates. Il lui reste des semences de l'année passée, dont il doit

Pour les semences de l'année en cours, l'intervalle de confiance pour le taux de germination p_a est :

$$\left[\frac{185}{200}-\frac{1}{\sqrt{200}};\frac{185}{200}+\frac{1}{\sqrt{200}}\right] \text{ soit environ } [0{,}85; 0{,}996]$$

Pour les semences de l'année précédente, l'intervalle de confiance pour le taux de germination p_b est :

$$\left[\frac{150}{200}-\frac{1}{\sqrt{200}};\frac{150}{200}+\frac{1}{\sqrt{200}}\right] \text{ soit environ } [0{,}67; 0{,}82] .$$

Les deux intervalles de confiance étant disjoints, on en conclut que $pa \neq pb$. Il faudra planter les semences séparément. Remarque : Ce type de question relative à une prise de décision lors de la comparaison de deux proportions est proposé dans le programme de Terminale S à titre d'approfondissement.

Sécurité d'un ascenseur utilisation du tableur

1. a. $P(Z < 90) =$ 0,91 à 10^{-2} près (=LOI.NORMALE(90;70;15;1))
2. $p_5 = P(S > 500) = 3{,}8 \times 10^{-6} < 0{,}0001$ (=1-LOI.NORMALE(500;350;15*RACINE(5);1))
   $p_6 = P(S > 500) = 0{,}015 > 0{,}0001$ (=1-LOI.NORMALE(500;420;15*RACINE(6);1))

Conclusion : les normes sont respectées avec 5 passagers, mais pas avec 6 passagers. Le nombre maximum d'usagers autorisés à emprunter simultanément l'ascenseur est donc égal à 5.