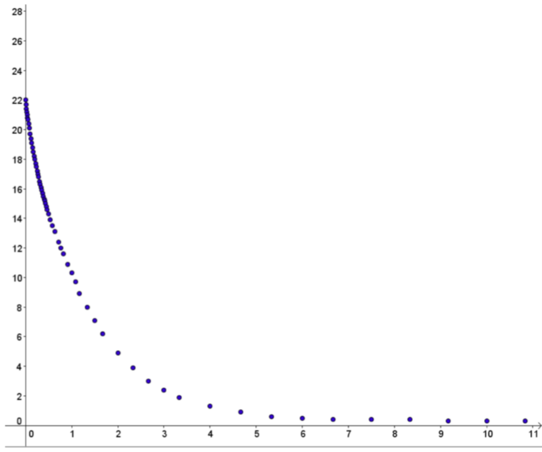
Loi de Newton

Un récipient contenant de l'eau et un thermomètre sont placés dans une enceinte dont on maintient la température constante égale à 0°C.
À l'instant $t = 0$ (exprimé en heure), la température de l'eau est de 22°C.
On relève les températures à différents instants et on les reporte dans le tableur de GeoGebra. On affiche ensuite le nuage de points associé.



	A	B	C	D
1	Temps (h)	T (°C)		Temps (min)
2				
3	0	22		0
4	0.01	21.7		0.5
5	0.02	21.4		1
6	0.03	21.2		1.5
7	0.03	21		2
8	0.04	20.8		2.5
9	0.05	20.7		3
10	0.07	20.4		4
11	0.08	20.1		5
12	0.1	19.7		6
13	0.12	19.4		7
14	0.13	19.1		8
15	0.15	18.8		9
16	0.17	18.5		10
17	0.18	18.2		11
18	0.2	18		12
19	0.22	17.7		13
20	0.23	17.5		14
21	0.25	17.2		15
22	0.27	17		16
23	0.28	16.8		17
24	0.3	16.5		18

La loi de refroidissement de Newton s'énonce ainsi : « *la vitesse de refroidissement d'un corps inerte est proportionnelle à la différence de température entre ce corps et le milieu ambiant* ».

On note $f(t)$ la température de l'eau en degrés Celsius à l'instant t. On définit ainsi une fonction f et on suppose que cette fonction est dérivable sur $[0;+\infty[$.
Le nombre $f'(t)$ est la vitesse de refroidissement de l'eau à l'instant t.

D'après la loi de refroidissement de Newton, il existe un réel k tel que pour tout $t \in [0;+\infty[$:

$$f'(t) = kf(t)$$

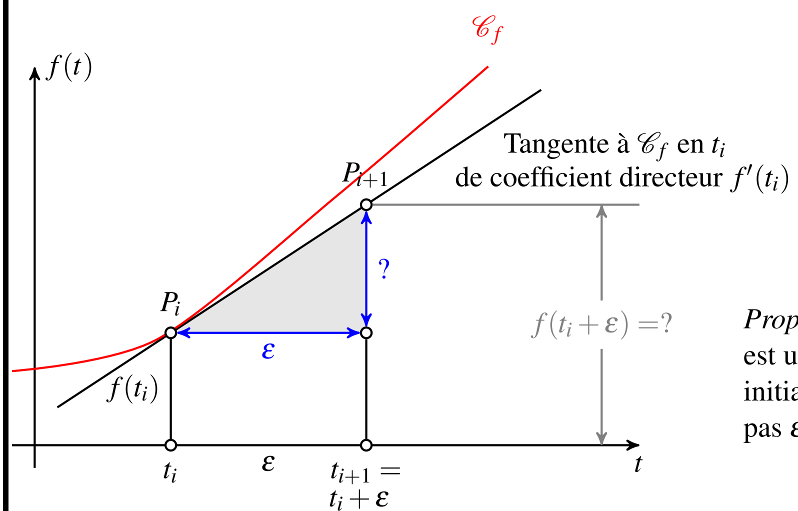
On s'intéresse ici au cas simple où $k = 1$ et $f(0) = 1$, soit la relation :

$$f'(t) = f(t)$$

Tout ce qui suit, dans l'encadré, nécessiterait un gros travail de vulgarisation de la part du prof... cet encart n'est pas destiné aux élèves laissés en autonomie, il prépare la suite de la fiche

MÉTHODE D'EULER

Compléter le graphique suivant en exprimant $f(t_i + \varepsilon)$ en fonction de $f(t_i)$:



Propriété : la suite de points P_0, P_1, P_2, ... est une bonne approximation de la courbe initiale (en rouge sur la figure), dès que le pas ε est petit.

On admet désormais que la suite $(f(t_i))_{i\geqslant 0}$ est géométrique, de raison $1+\varepsilon$.

Méthode 1 *A la main*

1. Dans cette question, on considère $\varepsilon = 0,1$.
   Remplir le tableau suivant :

t	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$f(t)$	1					

2. En utilisant la méthode décrite précédemment, donner une allure approximative de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ en travaillant toujours avec $\varepsilon = 0,1$

Méthode 2 *Sur tableur*

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	y		pas				
2	0	1		0,1				
3	0,1	1,1						
4	0,2	1,21						

Que doit-on écrire en cellule B3 pour y faire afficher la suite des termes d'une suite géométrique dont la raison est fixée dans la cellule D2 ?

Méthode 3 *Sur* PYTHON

Commentaire : sur la fiche « ELEVES », la partie de 3 lignes positionnée juste après `for k in range(100)` est à remplir par les élèves.
Si la bibliothèque `matplotlib` n'est pas installée - à vérifier au préalable avant la séance - , ne pas hésiter à faire produire la courbe sur `https://trinket.io/python`, emulateur PYTHON sur lequel la bibliothèque `matplotlib` fonctionne

REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Initialisation des valeurs
x=0
y=1
dy=1
pas=0.01

# Mémorisation des valeurs dans une liste
# pour constituer un tableau de valeurs
liste_x=[x]
liste_y=[y]

for k in range(100):
     x=x+pas # Incrementation de x
     y=dy*pas+y # calcul de y d apres les parties precedentes
     dy=y

# Stockage dans le tableau de valeurs
     liste_x.append(x)
     liste_y.append(y)

plt.plot(liste_x,liste_y, "r:o",label="exp(x)")
plt.show()
```

TABLEAU DE VALEURS

```
# Initialisation des valeurs
x=0
y=1
dy=1
pas=0.01

for k in range(100):
     x=x+pas # Incrementation de x
     y=dy*pas+y # calcul de y d apres les parties precedentes
     dy=y
     print(x,y)
```

Conclusion

Tracer l'allure approximative de la courbe représentant le refroidissement de l'eau, avec $\varepsilon = 0,1$, $k = -0,75$ et $f(0) = 22$