Situation 7, 11, 13 - Analyse des types de preuves

Niveau de preuve		Situation 7, 11, 13	
Typologie	Exemples : <i>La somme de deux multiples de 7 est un multiple de 7</i>	Production d'élève associée	Quelles aides/passrelles pour atteindre un niveau de preuve supérieure ?
Preuve pragmatique	Empirisme naïf	21 et 14 sont des multiples de 7, et leur somme 35 aussi. L'affirmation est donc vraie.	Production 1 Un seul essai est réalisé, l'élève a du mal à calculer de tête. Il a pu revoir comment poser les divisions avec les quotients 7 et 11. La division par 13 est réalisée à la calculatrice et il a réussi à repérer que le dernier quotient est le nombre de 3 chiffres du départ. Aide possible : qu'en est-il sur d'autres exemples ?
	Expérience cruciale	6 251 et 417 627 sont des multiples de 7, et leur somme 423 878 aussi. L'affirmation est donc vraie.	Production 2 L'élève a testé plusieurs exemples. Il cherche des nombres de départ spéciaux. Aide possible : - si tu penses que ta conjecture risque d'être réfutée, continue de chercher un contre-exemple. - sinon, commence à chercher pour quelle raison tu retrouves le nombre de départ.
	Exemple générique	7×3 et 7×2 sont des multiples de 7 et leur somme $7 \times 3 + 7 \times 2 = 7 \times (3 + 2)$ aussi. L'affirmation est donc vraie.	Production 3 L'élève a repéré l'argument principal pour convaincre. Aide possible : comment faire apparaître que ce que tu écris reste valable pour n'importe quel nombre ?
Preuve intellectuelle	Expérience mentale	Vrai car $7 + 7 + \dots$ est un multiple de 7 donc $7 + 7 + \dots + 7 + 7 + \dots$ est un multiple de 7	
	Calcul sur les énoncés	Vrai car $(a \times 7) + (b \times 7) = (a + b) \times 7$	
	Démonstration	$7x$ et $7y$ avec x et y des entiers sont des multiples de 7 et leur somme $7x + 7y = 7(x + y)$ avec $x + y$ un entier aussi. L'affirmation est donc vraie.	

Énoncé élève :

Ecris n'importe quel nombre à trois chiffres. Répète ces trois chiffres pour obtenir un nombre à 6 chiffres.

Divise ce nombre par 7. Divise ce nombre par 11. Divise ce nombre par 13.

Que conjectures-tu ?

Prouve-le.

Production 1 - 6e

$$\begin{array}{r} 486486 \div 7 \\ \underline{42} \\ 66 \\ \underline{63} \\ 34 \\ \underline{28} \\ 68 \\ \underline{63} \\ 56 \\ \underline{56} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 69498 \div 11 \\ \underline{60} \\ 034 \\ \underline{33} \\ 19 \\ \underline{11} \\ 88 \\ \underline{88} \\ 00 \end{array}$$

$6318 \times 13 = 486$

Production 3 - 6e

$$\begin{array}{r} 593593 \div 7 \\ \underline{56} \\ 033 \\ \underline{08} \\ 055 \\ \underline{049} \\ 069 \\ \underline{063} \\ 063 \\ \underline{063} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 84799 \div 11 \\ \underline{07} \\ 077 \\ \underline{077} \\ 009 \\ \underline{009} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7709 \div 13 \\ \underline{65} \\ 120 \\ \underline{101} \\ 6039 \\ \underline{39} \\ 000 \end{array}$$

$593 \times 7 \times 11 \times 13 = 593593$
 $593593 \div 1001 = 593$
 $593593 \div 1000 = 593.593$ mais
 $593593 \div 1001 = 593$

← chiffre du début
 ↑
 chiffre du début

Production 2 - 6e

Plusieurs essais comme la production 1 précédent.

$$\begin{array}{r} 001001 \div 7 \\ \underline{07} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 21 \\ \underline{21} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 143 \div 11 \\ \underline{11} \\ 33 \\ \underline{33} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \div 13 \\ \underline{13} \\ 0 \end{array}$$

J'observe que quand j'ai fait les 3 divisions j'obtiens le nombre de départ.