

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

Session 2018

Mardi 19 juin 2018

MATHÉMATIQUES

Série : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LABORATOIRE

Spécialité : BIOTECHNOLOGIES

Durée de l'épreuve : 4 heures – Coefficient : 4

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Le candidat doit traiter les quatre exercices. Il est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Le sujet comporte 9 pages numérotées de 1/9 à 9/9.

Les pages 8/9 et 9/9 sont à rendre avec la copie.

Exercice 1 (4 points)

La plus ancienne méthode de conservation des aliments pratiquée par l'homme est la déshydratation. Ce procédé consiste à utiliser une source de chaleur pour faire évaporer de l'eau d'un aliment.

Dans tout l'exercice, on s'intéresse à un abricot frais placé dans un séchoir pour le déshydrater. Avant déshydratation, cet abricot frais a une masse de 45 g dont 85 % d'eau. Le processus de déshydratation s'achève lorsque cet abricot a une masse de 9 g dont 25 % d'eau, il bénéficie alors de l'appellation « abricot sec ».

1. Calculer la masse d'eau contenue dans cet abricot frais.
2. Vérifier que cet abricot ayant l'appellation « abricot sec » ne contient plus que 2,25 g d'eau.

Soit f la fonction qui, à toute durée t exprimée en heures, associe la masse d'eau (en grammes) contenue dans cet abricot placé dans le séchoir depuis t heures. On admet que pour tout réel t de l'intervalle $[0,13]$, $f(t) = 38,25e^{-0,26t}$. En annexe 1, on a tracé la courbe représentative C de la fonction f .

3. a. Calculer la masse d'eau présente dans cet abricot après deux heures passées dans le séchoir. On arrondira à 10^{-2} g.
- b. Si on laisse cet abricot dans le séchoir pendant 8 heures, pourra-t-il bénéficier de l'appellation « abricot sec » ? Justifier votre réponse.
- c. Déterminer le temps de séchage nécessaire pour que l'abricot placé dans le séchoir puisse bénéficier de l'appellation « abricot sec ». On donnera le résultat à la minute près.
4. On considère maintenant la totalité du processus de déshydratation qui permet de passer de l'abricot frais, contenant 38,25 g d'eau, à l'abricot ayant l'appellation « abricot sec », contenant 2,25 g d'eau.
Camille affirme : « dans ce processus, le temps nécessaire pour éliminer les 5 derniers grammes d'eau est environ 15 fois le temps nécessaire à l'élimination des 5 premiers grammes d'eau ! ».

Cette affirmation est-elle exacte ? Justifier. On pourra utiliser la représentation graphique de l'annexe 1 (dans ce cas, on rendra l'annexe 1 avec la copie et on laissera les traits de construction nécessaires apparents).

Exercice 2 (4 points)

Un fabricant a mis au point une machine permettant de fabriquer des blocs de glace (utilisables sur les bateaux de pêche par exemple). L'épaisseur des blocs de glace fabriqués dépend du temps de congélation.

On obtient le tableau ci-dessous :

Temps t_i de congélation (en heures)	1	2	4	8	12	18	26
Épaisseur y_i de la glace (en cm)	4	8	11	16,5	20,5	24,5	28,5

On pose $x_i = \ln t_i$.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous. Les valeurs seront arrondies au dixième.

x_i							
Épaisseur y_i de la glace (en cm)	4	8	11	16,5	20,5	24,5	28,5

- Représenter le nuage de points de coordonnées (x_i, y_i) dans le repère orthogonal fourni à l'annexe 2, qui est à rendre avec la copie.
- À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement (d) de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés sous la forme $y = ax + b$ où les coefficients a et b seront arrondis à 10^{-2} .

Pour la suite, on prend comme modèle d'ajustement, la droite (d) d'équation $y = 7,4x + 2,5$.

- Tracer cette droite (d) dans le repère de l'annexe 2.
- Déterminer, selon le modèle d'ajustement pris, et à l'heure près, le temps nécessaire pour fabriquer un bloc de glace de 32 cm d'épaisseur.

Exercice 3 (6 points)

Une colonie de bactéries est mise en culture avec du glucose.

Pendant la 1^{re} période de 10 minutes, la masse de glucose absorbé par la colonie de bactéries est égale à 18,3 femtogrammes (1 gramme est égal à 10^{15} femtogrammes).

Pendant la 2^e période de 10 minutes, la masse de glucose absorbé par la colonie de bactéries augmente de 26 % par rapport à la masse de glucose absorbé pendant la 1^{re} période.

1. Justifier que la masse de glucose absorbé pendant la 2^e période de 10 minutes est égale à 23,058 femtogrammes.

Dans la suite, on étudie l'évolution de la masse de glucose absorbé par la colonie de bactéries en prenant le modèle suivant :

- pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, on note u_n la masse, en femtogrammes, de glucose absorbé pendant la n -ième période de 10 minutes ;
 - pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, la masse de glucose u_{n+1} absorbé par la colonie de bactéries pendant la $(n+1)$ -ième période de 10 minutes augmente de 26 % par rapport à la masse de glucose u_n absorbé pendant la n -ième période de 10 minutes précédente.
2. a. Préciser les valeurs de u_1 et u_2 .
 - b. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier votre réponse.
 - c. Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, exprimer u_n en fonction de n .
 - d. Calculer la masse de glucose absorbé pendant la 7^e période de 10 minutes. On donnera un résultat arrondi à 0,1 femtogramme.

3. On considère l'algorithme suivant :

```

n ← 1
u ← 18,3
Tant que u ≤ 100
    n ← n + 1
    u ← 1,26 × u
Fin Tant que

```

Quelle est la valeur de la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme ? Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Dans la suite de l'exercice, on s'intéresse à la masse totale de glucose absorbé depuis le début de la mise en culture. Dans ce cadre, on exploite la feuille de calcul suivante obtenue à l'aide d'un tableur :

	A	B	C
1	n	u_n	S_n
2	1	18,3	18,3
3	2	23,058	41,358
4	3	29,05308	70,41108
5	4	36,6068808	107,017961
6	5	46,1246698	153,142631

4. a. Interpréter la valeur de la cellule C4 dans le contexte de l'exercice.
 b. Quelle formule a été entrée dans la cellule C3 pour obtenir, par recopie vers le bas, les valeurs suivantes de la colonne C ?
5. Déterminer le nombre d'heures nécessaire, depuis le début de la mise en culture, à l'absorption de 1 gramme de glucose par la colonie de bactéries (on rappelle que 1 gramme est égal à 10^{15} femtogrammes).

Exercice 4 (6 points)

Les trois parties sont indépendantes.

Dans une ville, un cardiologue s'intéresse à la tension artérielle (systolique), mesurée en millimètres de mercure (mmHg), des femmes de plus de 60 ans.

Partie A

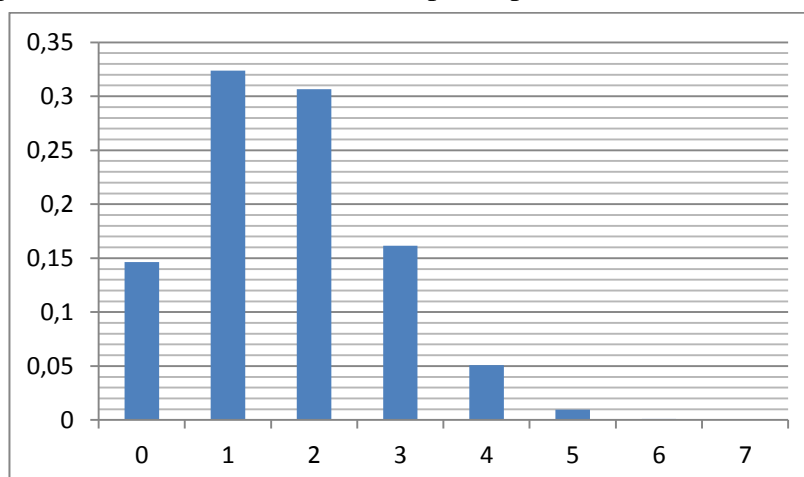
On note T la variable aléatoire qui, à chaque dossier médical d'une femme de la ville de plus de 60 ans, associe la tension artérielle de cette femme mesurée en mmHg. On suppose que T suit la loi normale d'espérance $\mu = 134$ et d'écart-type $\sigma = 8,5$.

1. Le cardiologue choisit au hasard le dossier médical d'une femme de plus de 60 ans parmi les dossiers médicaux des femmes de la ville.
 - a. Quelle est la probabilité que la tension artérielle de cette femme soit comprise entre 130 et 140 mmHg ? On donnera la valeur arrondie au millième.
 - b. Quelle est la probabilité que la tension artérielle de cette femme soit supérieure à 140 mmHg ? On donnera la valeur arrondie au millième.
2. Donner un nombre entier h tel que $P(134 - h \leq T \leq 134 + h) \approx 0,95$ (à 10^{-2} près). Interpréter cette probabilité dans le contexte de l'exercice.

Partie B

On admet que 24 % des femmes de plus de 60 ans de la ville étudiée sont atteintes d'hypertension artérielle. On constitue au hasard un échantillon composé de 7 dossiers médicaux de femmes de plus de 60 ans dans la ville étudiée. Le nombre total de dossiers médicaux de femmes de plus de 60 ans dans cette ville est suffisamment élevé pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise. On note X la variable aléatoire qui prend pour valeurs le nombre de dossiers médicaux de femmes atteintes d'hypertension artérielle dans un échantillon de 7 dossiers médicaux.

1. Quelle est la loi suivie par X ? En donner les paramètres.
2. On donne ci-dessous la représentation graphique de la loi suivie par X (en abscisses, on lit les valeurs prises par k et en ordonnées, les valeurs prises par $P(X = k)$) :



- a. À l'aide du graphique, déterminer une valeur approchée à 0,01 près de la probabilité pour qu'il y ait au moins 4 dossiers médicaux de femmes atteintes d'hypertension artérielle dans un échantillon de 7 dossiers médicaux. On détaillera la démarche.

- b. Expliquer ce qui se passe sur la représentation graphique pour $X = 6$ et $X = 7$.

Partie C

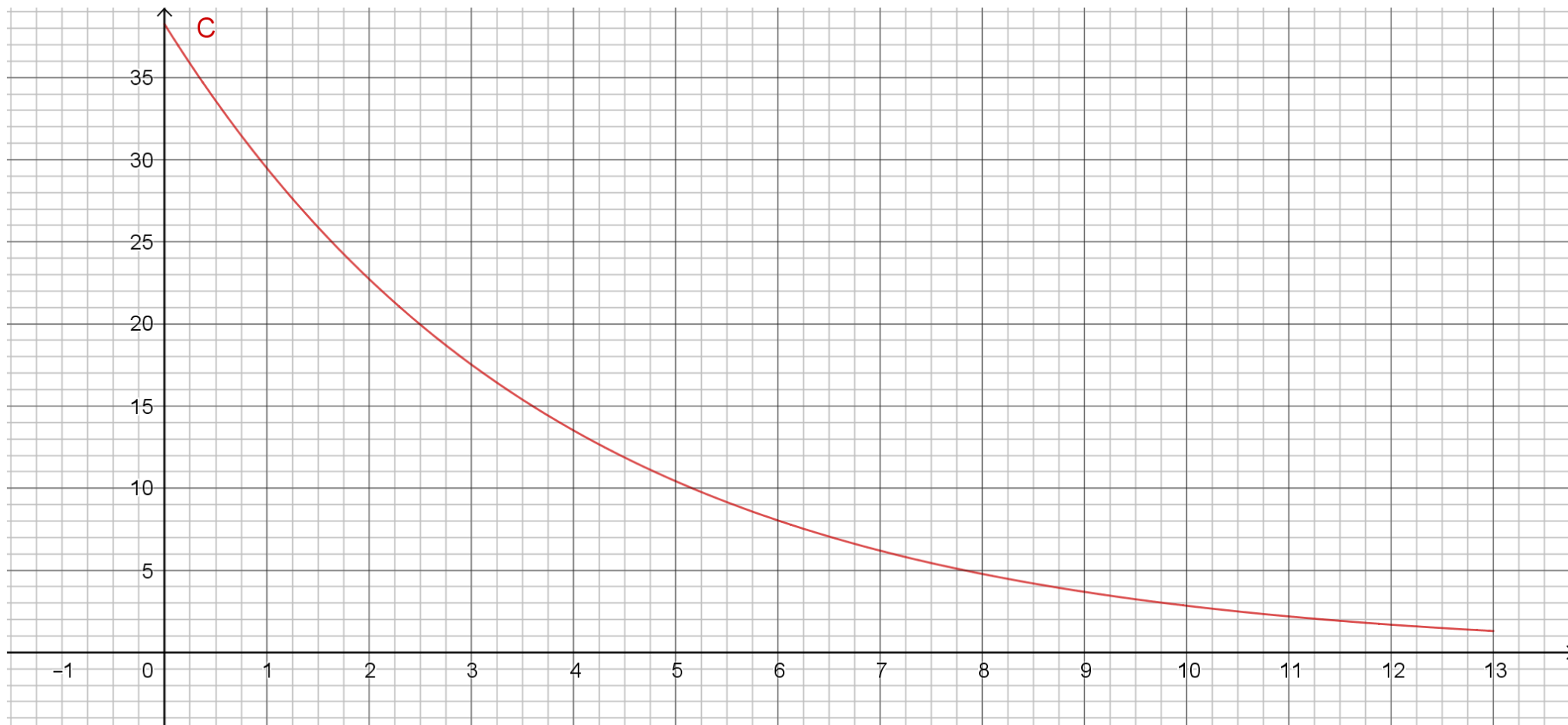
Un centre hospitalier universitaire souhaite comparer l'efficacité de deux régimes alimentaires distincts, notés A et B, destinés à réduire l'hypertension artérielle dans la population des femmes de plus de 60 ans de la ville.

Il constitue, au hasard, deux groupes de 200 femmes de plus de 60 ans de la ville souffrant d'hypertension artérielle :

- après avoir suivi le régime A, 15 femmes du premier groupe de 200 femmes n'ont pas de réduction de leur hypertension artérielle ;
- après avoir suivi le régime B, 50 femmes du second groupe de 200 femmes n'ont pas de réduction de leur hypertension artérielle.

En exploitant la notion d'intervalle de confiance, peut-on parler de différence significative d'efficacité entre les deux régimes alimentaires en termes de réduction d'hypertension artérielle ?

Annexe 1 (exercice 1) : courbe représentative C de la fonction f
(À rendre avec la copie)



Annexe 2 (exercice 2) : repère orthogonal pour la représentation graphique**(À rendre avec la copie)**