

---

Rappel : vous pouvez télécharger sur un poste windows gratuitement l'émulateur à la page suivante : [http://www.calculatrices-hp.com/uploads/emulateurs/HP\\_Prime\\_Virtual\\_Calculator\\_2015\\_06\\_17.zip](http://www.calculatrices-hp.com/uploads/emulateurs/HP_Prime_Virtual_Calculator_2015_06_17.zip).

Vous donnerez les détails d'utilisation de la calculatrice.

**Exercice 1** – Dans une population de chats et de chiens tous noirs ou blancs, 40% sont des chats. 70% des chats sont noirs, 10% des chiens sont noirs.

On choisit au hasard un animal dans cette population.

Ci-dessous un programme écrit dans le langage de la calculatrice hp prime.

L'instruction RANDINT(1,10) tire un entier au hasard entre 1 et 10. On a utilisé la lettre C pour compter les chats (cat), D pour compter les chiens (dog), CN pour les chats noirs...

```
EXPORT PROBACOND(E)
BEGIN
LOCAL C :=0, D :=0, CN :=0, CB :=0, DN :=0, DB :=0;
PRINT; // instruction permettant d'effacer zone des print
FOR I FROM 1 TO E DO
  IF RANDINT(1,10) <= 4 THEN
    IF RANDINT(1,10) <= 7 THEN
      CN :=CN+1;
    ELSE
      CB :=CB+1;
    END;
  ELSE
    IF RANDINT(1,10) <= 1 THEN
      DN :=DN+1;
    ELSE
      DB :=DB+1;
    END;
  END;
END;
END; // fin du for
PRINT(CN/E);
```

1. Expliquer le fonctionnement du programme. Que représente l'affichage final pour de grandes valeurs de E ?
2. Nous avons oublié les instructions permettant de compter les chiens et les chats (incréméntation des compteurs C et D). Placez ces instructions.
3. On ajoute en fin de programme l'instruction PRINT(CN/C);. A quelles valeurs doit-on s'attendre pour de grandes valeurs de E ?
4. Vous voulez estimer la probabilité  $\mathbb{P}(\mathcal{B})$  (probabilité que l'animal choisi soit blanc). Quelle instruction ajoutez-vous ?
5. Vous voulez maintenant estimer la probabilité  $\mathbb{P}_{\mathcal{N}}(\mathcal{D})$  (probabilité que l'animal choisi soit un chien sachant qu'il est noir). Quelle instruction ajoutez-vous ?

### Résolution.

Remarque : la structure du programme est un peu répétitive (deux blocs très similaires). On peut donc gagner du temps en copiant-collant la partie similaire : «Dans le programme, appuyez sur

---

SHIFT View (Copy) et toucher le début de la partie à sélectionner puis l'onglet "début", toucher la position de fin de la partie à sélectionner puis l'onglet "fin" et sélectionnez enfin l'onglet Copier. Pour coller, appuyez sur SHIFT Menu (Paste). >

On note  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{D}$ ,  $\mathcal{N}$ ,  $\mathcal{B}$  les événements : «l'animal est un chat», «l'animal est un chien», «l'animal est noir», «l'animal est blanc».

- (a) On assimile la population  $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$  à la population des animaux (chats et chiens), on assimile la sous-population  $\{1;2;3;4\}$  à celle des chats et la sous-population  $\{5;6;7;8;9;10\}$  à celle des chiens. En tirant un entier entre 1 et 10 au hasard, on aura donc une probabilité égale à 0,4 d'obtenir un chat (c'est à dire un entier entre 1 et 4) et une probabilité égale à 0,6 d'obtenir un chien.

L'instruction «IF RANDINT(1,10)  $\leq$  4» modélise donc le choix au hasard d'un animal dans cette population de chats et chiens.

Un chat ayant été choisi, de la même façon l'instruction «IF RANDINT(1,10)  $\leq$  7» permet d'obtenir un animal noir (c'est à dire un entier entre 1 et 7) avec une probabilité égale à 0,7 et un animal blanc avec la probabilité complémentaire.

Explication analogue dans le cas des chiens.

- (b) Pour de grandes valeurs de E, PRINT(CN/E); affichera des valeurs proches de la probabilité de l'événement  $\mathcal{C} \cap \mathcal{N}$  (par le principe de la loi des grands nombres), c'est à dire proches de la valeur  $\mathbb{P}(\mathcal{C} \cap \mathcal{N}) = \mathbb{P}(\mathcal{C}) \times \mathbb{P}_{\mathcal{C}}(\mathcal{N}) = 0,28$ .

2. Incrémentation de C et D :

```
EXPORT PROBACOND(E)
BEGIN
LOCAL C :=0, D :=0, CN :=0, CB :=0, DN :=0, DB :=0;
PRINT; // instruction permettant d'effacer zone des print
FOR I FROM 1 TO E DO

  IF RANDINT(1,10) <= 4 THEN
    C :=C+1; // un chat de plus
    IF RANDINT(1,10) <= 7 THEN
      CN :=CN+1; // un chat noir de plus
    ELSE
      CB :=CB+1; // un chat blanc de plus
    END;
  ELSE
    D :=D+1; // un chien de plus
    IF RANDINT(1,10) <= 1 THEN
      DN :=DN+1;
    ELSE
      DB :=DB+1;
    END;
  END;
END;
END; // fin du for
PRINT(CN/E);
```

3. PRINT(CN/C) : toujours avec la loi des grands nombres, on s'attend à une valeur proche de

$$\mathbb{P}_{\mathcal{C}}(\mathcal{N}) = \frac{\mathbb{P}(\mathcal{C} \cap \mathcal{N})}{\mathbb{P}(\mathcal{C})} = \frac{0,28}{0,4} = 0,7.$$

4. Pour  $\mathbb{P}(\mathcal{B})$ , on ajoute l'instruction PRINT( CB/E+DB/E ). Elle correspond à l'égalité :

$$\mathbb{P}(\mathcal{B}) = \mathbb{P}(\mathcal{C} \cap \mathcal{B}) + \mathbb{P}(\mathcal{D} \cap \mathcal{B})$$

□

La valeur correspondante est :

$$\mathbb{P}(\mathcal{B}) = \mathbb{P}(\mathcal{C}) \times \mathbb{P}_{\mathcal{C}}(\mathcal{B}) + \mathbb{P}(\mathcal{D}) \times \mathbb{P}_{\mathcal{D}}(\mathcal{B}), \text{ soit } \mathbb{P}(\mathcal{B}) = 0,4 \times 0,3 + 0,6 \times 0,9 = 0,66.$$

```
EXPORT PROBACOND(E)
BEGIN
LOCAL C:=0, D:=0, CN:=0, CB:=0, DN:=0,DB:=0;
PRINT; // instruction permettant d'effacer zone des print
FOR I FROM 1 TO E DO

  IF RANDINT(1,10) <= 4 THEN
    C:=C+1; // un chat de plus
    IF RANDINT(1,10) <= 7 THEN
      CN:=CN+1; // un chat noir de plus
    ELSE
      CB:=CB+1; // un chat blanc de plus
    END;
  ELSE
    D:=D+1; // un chien de plus
    IF RANDINT(1,10) <= 1 THEN
      DN:=DN+1;
    ELSE
      DB:=DB+1;
    END;
  END;
END; // fin du for
PRINT("CN/E : " + CN/E);
PRINT("CN/C : " + CN/C);
PRINT("CB/E + DB/E : " + CB/E + DB/E);
```

5. on ajoute

```
PRINT(" Estimation proba de D sachant N : " + (DN/E) / (CN/E + DN/E) );
```

ou plus simplement :

```
PRINT(" Estimation proba de D sachant N : " + DN/(CN+DN) );
```

qui correspond à l'égalité  $\mathbb{P}_{\mathcal{N}}(\mathcal{D}) = \frac{\mathbb{P}(\mathcal{D} \cap \mathcal{N})}{\mathbb{P}(\mathcal{C} \cap \mathcal{N}) + \mathbb{P}(\mathcal{D} \cap \mathcal{N})}$ .

La valeur correspondante est :  $\mathbb{P}_{\mathcal{N}}(\mathcal{D}) = \frac{0,6 \times 0,1}{0,4 \times 0,7 + 0,6 \times 0,1} = \frac{3}{17} \approx 0,176$ .