



## LE POMPISTE

### Dans les programmes

Mettre un problème en équation. Travail sur les fonctions polynômes de degré 2.

Un pompiste vend le litre d'essence au prix de 1,20€. Le prix d'achat est pour lui de 0,85€ le litre. Il sait qu'il peut compter sur une vente journalière de 1 000 litres et qu'à chaque baisse de 1 centime qu'il consent pour le prix du litre, il vendra 100 litres de plus par jour.

On note  $x$  le nombre de baisses de 1 centime. On note  $f(x)$  le bénéfice (en euros) correspondant.

1. A l'aide d'un programme, déterminer le prix de vente du carburant correspondant à un bénéfice maximal.
2. Si cela n'a pas été fait dans l'algorithme précédent, quel algorithme peut-on écrire pour vérifier l'unicité de la réponse au problème précédent ?
3. En utilisant les résultats de la question précédente, que pouvez vous dire du maximum de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = (1000 + 100x)(1,20 - x/100 - 0,85) \quad ?$$



## Éléments de réponses – ALGOBOX

### 1. Recherche d'une solution.

Pour  $x$  baisses, le nombre de litres vendus est de  $1000 + 100x$  avec un bénéfice de  $1,20 - \frac{x}{100} - 0,85$  € par litre.

Le nombre maximal de baisses est de 35 (écart entre 1,20 et 0,85).

```
1  VARIABLES
2    nb_baisses EST_DU_TYPE NOMBRE
3    benef_max EST_DU_TYPE NOMBRE
4    benef EST_DU_TYPE NOMBRE
5    k EST_DU_TYPE NOMBRE
6  DEBUT_ALGORITHME
7    nb_baisses PREND_LA_VALEUR 0
8    benef_max PREND_LA_VALEUR 1000*(1.20-0.85)
9    POUR k ALLANT_DE 1 A 35
10   DEBUT_POUR
11     benef PREND_LA_VALEUR (1000+100*k)*(1.20-k/100-0.85)
12     SI (benef>benef_max) ALORS
13       DEBUT_SI
14         benef_max PREND_LA_VALEUR benef
15         nb_baisses PREND_LA_VALEUR k
16       FIN_SI
17     FIN_POUR
18     AFFICHER "Un nombre de baisses donnant un bénéfice maximal : "
19     AFFICHER nb_baisses
20     AFFICHER "Bénéfice maximal : "
21     AFFICHER benef_max
22  FIN_ALGORITHME
```

Le programme annonce un nombre optimal de baisses de 12, soit un prix de vente de 1,08 €.

### 2. Problème de l'unicité

On peut faire une recherche des éventuelles autres valeurs du nombre de baisses correspondant à ce bénéfice maximal comme suit :

```
1  VARIABLES
2    nb_baisses EST_DU_TYPE NOMBRE
3    benef_max EST_DU_TYPE NOMBRE
4    benef EST_DU_TYPE NOMBRE
5    k EST_DU_TYPE NOMBRE
6  DEBUT_ALGORITHME
7    nb_baisses PREND_LA_VALEUR 0
8    benef_max PREND_LA_VALEUR 1000*(1.20-0.85)
9    POUR k ALLANT_DE 1 A 35
10   DEBUT_POUR
```



```
11     benef PREND_LA_VALEUR (1000+100*k)*(1.20-k/100-0.85)
12     SI (benef>benef_max) ALORS
13         DEBUT_SI
14         benef_max PREND_LA_VALEUR benef
15         FIN_SI
16     FIN_POUR
17     POUR k ALLANT_DE 1 A 35
18         DEBUT_POUR
19         benef PREND_LA_VALEUR (1000+100*k)*(1.2-k/100-0.85)
20         SI (benef==benef_max) ALORS
21             DEBUT_SI
22             AFFICHER "Un nombre de baisses réalisant le maximum : "
23             AFFICHER k
24             FIN_SI
25         FIN_POUR
26     FIN_ALGORITHME
```

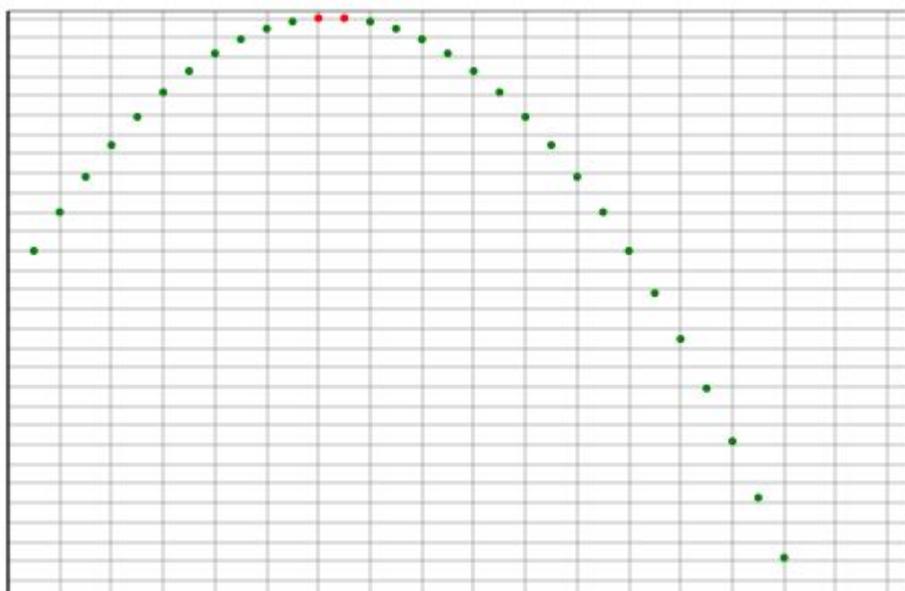
Avec 12 ou 13 baisses, soit avec des prix du litre de 1,08 € ou 1,07 €, le bénéfice est maximal (bénéfice de 506 € dans les deux cas).

### 3. Traitement graphique.

On peut ajouter un affichage des points de coordonnées (nombre de baisses ; bénéfice correspondant). Deux inconvénients : le repère doit être prédéfini (mais peut heureusement toujours être redéfini après exécution) et le changement de couleur des points suivant qu'il s'agit des max ou non n'apparaît pas dans le code.

```
1     VARIABLES
2     nb_baisses EST_DU_TYPE NOMBRE
3     benef_max EST_DU_TYPE NOMBRE
4     benef EST_DU_TYPE NOMBRE
5     k EST_DU_TYPE NOMBRE
6     DEBUT_ALGORITHME
7     nb_baisses PREND_LA_VALEUR 0
8     benef_max PREND_LA_VALEUR 1000*(1.20-0.85)
9     POUR k ALLANT_DE 1 A 35
10         DEBUT_POUR
11         benef PREND_LA_VALEUR (1000+100*k)*(1.20-k/100-0.85)
12         SI (benef>benef_max) ALORS
13             DEBUT_SI
14             benef_max PREND_LA_VALEUR benef
15             FIN_SI
16         FIN_POUR
17     POUR k ALLANT_DE 1 A 35
18         DEBUT_POUR
19         benef PREND_LA_VALEUR (1000+100*k)*(1.2-k/100-0.85)
20         SI (benef==benef_max) ALORS
```

```
21     DEBUT_SI
22     AFFICHER "Un nombre de baisses réalisant le maximum : "
23     AFFICHER k
24     TRACER_POINT (k,benef)
25     FIN_SI
26     SINON
27         DEBUT_SINON
28         TRACER_POINT (k,benef)
29         FIN_SINON
30     FIN_POUR
31 FIN_ALGORITHME
```



#### 4. Maximum de la fonction.

Dans une classe où l'on aura déjà travaillé sur la symétrie des courbes représentant les fonctions du second degré, on conjecturera que l'abscisse du maximum de la fonction est  $\frac{12+13}{2} = 12,5$ . Ce que l'on pourra ensuite vérifier par le calcul  $f(x) - f(12,5) = -(x - 12,5)^2$ .