Le **plan de travail** est un outil pédagogique permettant de personnaliser les apprentissages et de proposer du soutien, de la remédiation aux élèves qui en ont besoin et de l'approfondissement à ceux qui peuvent aller plus loin.

Pourquoi proposer un plan de travail ?

« Pour l'enseignant, c'est l'occasion de proposer un moment d'individualisation, c'est faire en sorte que chaque élève dispose d'un travail qui lui corresponde » Sylvain Connac.

Le plan de travail, c'est un outil pour **différencier** et faire éventuellement coopérer des élèves au sein de groupes d'entraide homogènes.

Que peut-on proposer dans un plan de travail ?

On peut travailler dans le cadre d'une **remédiation** à des exercices d'entrainement et de mémorisation. On peut revenir sur des points que les élèves n'ont pas compris.

Pour ceux qui ont des connaissances de base, on peut **consolider les acquis**.

Pour ceux qui maîtrisent bien les notions, on peut aller vers de l'**approfondissement**.

Quand peut-on proposer un plan de travail ?

PLAN DE SEQUENCE, d'après *La personnalisation des apprentissages* Sylvain CONNAC p 59 – ESF Editeur mars 2017					
Evaluation diagnostique	**Découverte** à travers une question génératrice **Situation problème Approche historique**	**Institutionnalisation Entrainements Mémorisation** Systématisation	**Evaluation formative**	**Travail en groupes de besoin :** Soutien/remédiation Approfondissement Modalité possible : **PLAN DE TRAVAIL**	**Evaluation sommative** Bilan individuel des apprentissages Proposition d'un contexte inédit et complexe

Le plan de travail est directement lié à une évaluation formative permettant à l'élève de se situer par rapport à des acquis.

Comment mettre en place un plan de travail ?

1. Mettre en place une évaluation formative permettant de faire le point sur les acquis des élèves.
2. Faire un retour à chaque élève sur son niveau d'acquisition des compétences ciblées.
3. Préparer des contenus de remédiation, de consolidation et d'approfondissement. **Il est très important de préparer des exercices et des fiches d'auto-correction** pour se consacrer uniquement aux explications et accompagner les élèves qui en ont besoin. On peut utiliser le manuel avec les exercices corrigés, utiliser le livre du professeur, indiquer des pages « méthodes » ou des exercices de référence déjà fait, s'appuyer sur Sésamath/Math en poche, ChingAtome, WIMS….
4. Préparer une feuille de route pour les élèves pour qu'ils puissent de façon autonome s'emparer du plan de travail.

5. On peut envisager sur certains temps du travail en groupes d'entraide homogènes, à d'autres moments du travail coopératif avec des élèves qui peuvent tutorer au sein de groupes hétérogènes.

POINT DE VIGILANCE : le plan de travail ne doit pas augmenter le temps de préparation en multipliant par trois les contenus.

Pour cela, il faut avoir recours au manuel (les points rappels de cours ou méthodes), aux exercices corrigés, au livre du professeur… Cela permet aussi aux élèves de s'approprier des ressources qui sont à leur portée quotidiennement.

Il est aussi intéressant dans cette démarche de travailler en équipe et de partager des ressources.

PLAN DE TRAVAIL : dériver la fonction exponentielle et des fonctions associées

Feuille de route individuelle des élèves complétée après l'évaluation formative:

Niveau d'acquisition	**Compétence**	**A faire**	**Temps indicatif**	**Groupement possible**
Médaille de bronze	Dériver une somme de fonctions ou le produit d'une fonction par un réel	Exercice 1	10 minutes	Groupe homogène
	Dériver un produit de fonctions	Exercice 2	10 minutes	Groupe homogène
	Dériver l'inverse d'une fonction ou le quotient de fonctions	Exercices 3 et 4	10 minutes	Groupe homogène
	Dériver des fonctions de la forme *f(x)=exp(ax+b)*	Exercice 5	10 minutes	Groupe homogène Tutorat possible
	Après avoir fini, vous pouvez aider vos camarades ou passer à la fiche *Médaille d'argent, puis d'or*			
Médaille d'argent	Trouver la bonne formule pour dériver	Méli-mélo	45 minutes	Groupe homogène Tutorat possible
	Après avoir fini, vous pouvez aider vos camarades ou passer à la fiche *Médaille d'or*			
Médaille d'or	Démontrer		1 heure	Groupe homogène
	Après avoir fini, vous pouvez aider vos camarades ou préparer une intervention orale.			

Spé MATH	Les formules de dérivation	Médaille de bronze

Soient *u* et *v* deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I.

Exercice 1 : Dérivation d'une somme et multiplication par un réel

A retenir :

Pour tout x appartenant à I, on définit la fonction f par $f(x) = u(x) + v(x)$. f est dérivable sur I et on a $f'(x) = u'(x) + v'(x)$.

On peut reformuler cette propriété en disant que la dérivée d'une somme est la somme des dérivées.

Pour tout réel k et pour tout x appartenant à I, on définit la fonction f par $f(x) = k\,u(x)$. f est dérivable sur I et on a $f'(x) = k\,u'(x)$.

⚠ **Points de vigilance que je garde en mémoire :**

Après avoir établi leur ensemble de définition et de dérivabilité, déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

- $f(x) = 2\exp(x)$
- $f(x) = \exp(x) + \frac{1}{x}$
- $f(x) = 2\exp(x) + 6x - 1$

Exercice 2 : Dérivation d'un produit

On pose pour tout x appartenant à IR, $u(x) = x^2$ et $v(x) = 5x + 1$.

Pour tout x appartenant à IR, on définit $f(x) = u(x)\,v(x)$.

A l'aide de ces exemples, établir que la dérivée d'un produit n'est pas égale au produit des dérivées.

A retenir :

Pour tout x appartenant à I, on définit $f(x) = u(x)\,v(x)$. f est dérivable sur I et on a

$$f'(x) = u'(x)\,v(x) + u(x)\,v'(x).$$

Méthode pour le calcul de la dérivée :

On commence par calculer : $u(x) = \dots$ $\quad v(x) = \dots$

$u'(x) = \dots$ $\quad v'(x) = \dots$

Puis on applique la formule $f'(x) = u'(x)\,v(x) + u(x)\,v'(x)$.

⚠ **Points de vigilance que je garde en mémoire :**

Après avoir établi son ensemble de définition et de dérivabilité, déterminer la dérivée de la fonction suivante :

- $f(x) = (\exp(x) + 1)(-2x^2 + 3)$

Exercice 3 : Dérivation de l'inverse d'une fonction

On pose pour tout x appartenant à IR, $v(x) = x$. Pour tout x appartenant à IR*, on définit $f(x) = \frac{1}{v(x)}$.

A l'aide de cet exemple, établir que la dérivée de l'inverse d'une fonction n'est pas égale à l'inverse de sa dérivée.

A retenir :

Pour tout x appartenant à I tel que $v(x) \neq 0$, on définit $f(x) = \frac{1}{v(x)}$. f est dérivable sur I si pour tout x appartenant à I, $v(x) \neq 0$ et on a $f'(x) = -\frac{v'(x)}{v^2(x)}$.

Méthode pour le calcul de la dérivée :

Poser $f(x) = \frac{1}{v(x)}$, écrire : $v(x) = \dots$ et $v'(x) = \dots$

Puis appliquer la formule $f'(x) = -\frac{v'(x)}{v^2(x)}$.

⚠ **Points de vigilance que je garde en mémoire :**

Après avoir établi leurs ensembles de définition et de dérivabilité, déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

- $f(x) = \frac{1}{\exp(x)+3}$
- $f(x) = \frac{5}{2\exp(x)+1} = 5 \times \dots\dots$

Exercice 4 : Dérivation d'un quotient

A retenir :

Pour tout x appartenant à I tel que $v(x) \neq 0$, on définit $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$. f est dérivable sur I si pour tout x appartenant à I, $v(x) \neq 0$ et on a $f'(x) = \frac{u'(x)\,v(x) - u(x)\,v'(x)}{v^2(x)}$.

Méthode pour le calcul de la dérivée :

Poser $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$, écrire : $u(x) = \dots\dots\dots$ $v(x) = \dots\dots\dots$

$u'(x) = \dots\dots\dots$ $v'(x) = \dots\dots\dots$

Puis appliquer la formule $f'(x) = \frac{u'(x)\,v(x) - u(x)\,v'(x)}{v^2(x)}$.

⚠ **Points de vigilance que je garde en mémoire :**

Après avoir établi leurs ensembles de définition et de dérivabilité, déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

- $f(x) = \frac{2x+3}{\exp(x)+3}$
- $f(x) = \frac{\exp(x)-1}{2x+3}$

Exercice 5 : Dérivation d'une fonction définie sur IR par une expression algébrique de la forme *f(x)=exp(ax+b).*

A retenir :

Soient a et b deux réels et f la fonction définie sur IR par $f(x)= exp(ax + b)$. f est dérivable sur IR et on a $f'(x)= a\ exp(ax + b)$.

Points de vigilance que je garde en mémoire :

On définit pour tout x appartenant à IR, : $f(x) = \exp(x)(2x+1)$ et $g(x) = \exp(2x+1)$

Pour dériver ces fonctions sur IR, il ne faut pas confondre les méthodes à appliquer:

Pour tout x appartenant à IR, $f(x) = \exp(x)(2x+1)$, on a : $f(x) = u(x) \times v(x)$

La fonction f est le produit de deux fonctions dérivables sur IR, donc f est dérivable sur IR.

$u(x) = exp(x)$ $\quad$ $v(x) = 2x+1$

$u'(x) = exp(x)$ $\quad$ $v'(x) = 2$

Donc pour tout x appartenant à IR, $f'(x) = u'(x) \times v(x) + u(x) \times v'(x)$ donc

$$f'(x) = \exp(x)(2x+1) + \exp(x) \times 2$$

Pour $g(x) = \exp(2x+1)$, on a l'enchaînement des opérations suivant:

$$x \mapsto 2x+1 \mapsto g(x) = \exp(2x+1)$$

On a $a = 2$ et $b = 1$, donc pour tout x appartenant à IR: $g'(x) = 2e^{2x+1}$

A vous de jouer!

Après avoir établi leurs ensembles de définition et de dérivabilité, déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

- $f(x) = exp(7x - 1)$
- $f(x) = (x+1)(exp(x) +3)$
- $f(x) = (x+1)exp(x)+3$
- $f(x) = exp(-x +7)$
- $f(x) = exp(3x+1)$
- $f(x) = x\ exp(-2x)$

À noter...	**Prévoir des fiches d'auto-correction**

Spé Math	**La fonction exponentielle Dérivation**	**Médaille d'argent**

Méli-Mélo :

Après avoir établi leurs ensembles de définition et de dérivabilité, déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

- $f(x) = \frac{3}{\exp(x)+3}$
- $f(x) = (exp(x) + 1)(- 2x^2 + 3)$
- $f(x) = 3(exp(x) + 1)$
- $f(x) = \frac{2x+3}{\exp(x)+3}$
- $f(x) = exp(7x - 1)$
- $f(x) = \frac{\exp(x)-1}{3}$
- $f(x) = \frac{2}{\exp(x)}$
- $f(x) = 2\ exp(x)$
- $f(x) = exp(x) + \frac{1}{x}$
- $f(x) = 7exp(x) - 1$

Points de vigilance que je garde en mémoire :

À noter...	**Prévoir des fiches d'auto-correction.** **On peut utiliser le livre pour les exercices et le livre du professeur pour les corrections.**

Spé Math	**Fonction exponentielle Approfondissement**	**Médaille d'or**

I –La fonction exponentielle est-elle la seule fonction égale à sa dérivée ?

On admet l'existence de la fonction exponentielle définie et dérivable sur IR telle *f'(x) = f(x)* et vérifiant *f (0) = 1*. Est-elle unique ?

1. On va démontrer que la fonction solution de l'équation différentielle $f' = f$ telle que $f(0) = 1$ ne s'annule pas.

   Soit ϕ la fonction définie sur IR par : $\phi(x) = f(x)f(-x)$.

   a) Démontrer que la fonction ϕ est dérivable sur IR.
   b) Déterminer la dérivée de la fonction ϕ. Que peut-on en déduire ?
   c) Démontrer par l'absurde que la fonction f ne peut pas s'annuler.

2. **On va démontrer qu'il existe une unique fonction dérivable sur IR f solution de l'équation différentielle *f'=f* avec *f (0) = 1*.**

   a) Soit g une fonction dérivable sur IR telle que $g' = g$ et $g(0) = 1$.Montrer que la fonction $\frac{g}{f}$ est définie et dérivable sur IR.
   b) Déterminer $\left(\frac{g}{f}\right)'$. Que peut-on en déduire?

On appelle fonction exponentielle l'unique fonction dérivable surIR, telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$.

II – La fonction exponentielle est-elle l'unique fonction telle que l'image d'une somme est le produit des images ?

1. **On va démontrer que quels que soient les réels *a* et *b* : exp (a + b) = exp (a) × exp (b).**

Soit φ la fonction définie sur IR par : $\varphi(x) = \exp(a + b - x) \times \exp(x)$.
Montrer que la fonction φ est dérivable sur IR.
a) Déterminer $\varphi'(x)$. Que peut-on en déduire ?
b) Calculer $\varphi(0)$ et $\varphi(b)$. Que peut-on en déduire ?

2. **On va démontrer que la fonction exponentielle est l'unique fonction dérivable sur IR, non nulle, telle que $f(a+b) = f(a) \times f(b)$ et $f'(0) = 1$.**

Soit f une fonction définie et dérivable sur IR non nulle vérifiant quels que soient les réels *a* et *b*, $f(a+b) = f(a) \times f(b)$ et $f'(0) = 1$.
Soit y un réel quelconque. On introduit les fonctions α et β définies sur IR par :

$$\alpha(x) = f(y + x) \text{ et } \beta(x) = f(x) \times f(y)$$

Après avoir déterminé l'ensemble de définition et établi la dérivabilité des fonctions α et β, calculer les dérivées des fonctions suivantes et montrer que $f'(y) = f(y)$.
Que peut-on en déduire pour la fonction *f* ?

3. Déduire de la relation démontrée précédemment les propriétés suivantes :
quels que soient les réels *a* et *b,*

- $\exp(-a) = \dfrac{1}{\exp(a)}$
- $\exp(a - b) = \dfrac{\exp(a)}{\exp(b)}$
- $\exp(2a) = \exp(a)^2$
- $\exp(a) > 0$.

PLAN DE TRAVAIL : Un deuxième exemple

Compétences ciblées :

- Opérations sur les fonctions dérivables : somme, produit, inverse, quotient, fonction dérivée de $x \mapsto g(ax + b)$
- Étudier les variations d'une fonction. Déterminer les extremums.
- Pour une valeur numérique strictement positive de *k*, représenter graphiquement les fonctions $t \mapsto e^{-kt}$ et $t \mapsto e^{kt}$.
- Modéliser une situation par une croissance, une décroissance exponentielle

Feuille de route individuelle des élèves complétée après l'évaluation formative

Niveau 1	**Niveau 2 :**	**Niveau 3 :**	**Niveau 4 :**	**Approfondissement**
L'élève sait lire graphiquement les variations d'une fonction	L'élève sait déduire d'une lecture graphique les variations des fonctions $t \mapsto e^{kt}$	L'élève sait déduire d'une lecture graphique les variations des fonctions associées à $t \mapsto e^{kt}$	L'élève sait déduire les variations des fonctions associées à $t \mapsto e^{kt}$ dans une situation contextualisée	L'élève est capable de mobiliser ses connaissances sur les opérations sur les fonctions dérivables pour étudier les variations d'une fonction associée à $t \mapsto e^{kt}$ éventuellement dans une situation contextualisée
Exercice 1	**Exercice 2 et 3**	**Exercice 4**	**Médaille d'argent**	**Médaille d'or**

Vrai ou Faux ? **Soit k un réel. Les fonctions définies sur IR de la forme $x \mapsto e^{kx}$ sont toujours croissantes**	**Médaille de bronze**

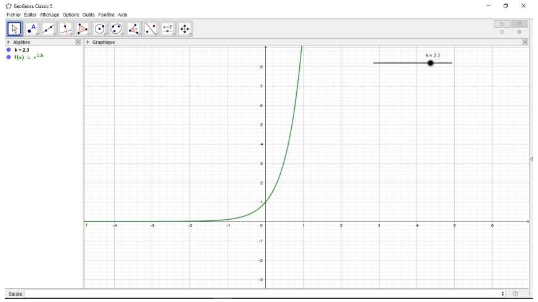
Exercice 1 :

Tracer les courbes des fonctions suivantes définies sur IR et établir graphiquement leurs variations :

- $f(x)=e^x$
- $f(x)=e^{2x}$
- $f(x)=e^{10x}$

Vrai ou Faux : Qu'en pensez-vous ?

Exercice 2 :



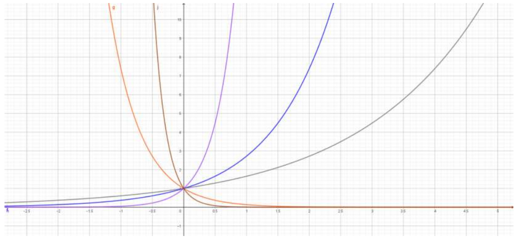
Faire varier le curseur k et déterminer graphiquement les variations des fonctions définies sur IR de la forme $x \mapsto e^{kx}$

Vrai ou Faux : Qu'en pensez-vous ?

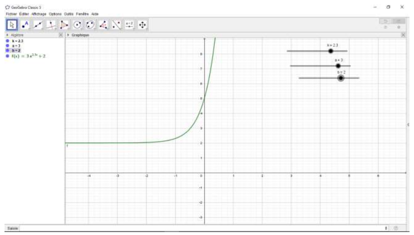
Exercice 3 :

On donne ci-dessous les courbes représentatives de fonctions définies sur IR de la forme $x \mapsto e^{kx}$

Dans quels cas la valeur de *k* est-elle la plus petite ?



Exercice 4 :



Faire varier les curseurs k et déterminer graphiquement les variations des fonctions définies sur IR de la forme $x \mapsto a\,e^{kx} + b$

PLAN DE TRAVAIL

Un problème :	***Médaille d'argent***

Le but de ce problème est d'étudier l'évolution de la température de cette pièce, puis de calculer l'énergie dissipée à l'extérieur au cours de la nuit de 22h à 7h le lendemain matin.

On suppose pour la suite du problème que la température extérieure est constante et égale à 11°C.

On désigne par *t* le temps écoulé depuis 22h exprimé en heures et par *f(t)* la température de la pièce exprimée en °C au temps *t*. La température de la pièce est donc modélisée par une fonction *f* définie sur l'intervalle [0 ;9]

1. Prévoir le sens de variation de la fonction *f* sur l'intervalle [0 ;9].
2. On admet désormais que la fonction *f* est définie sur l'intervalle [0 ;9] par :
   $f(t) = 9e^{-0,12t} + 11$
   a) Donner une justification mathématique du sens de variation de la fonction *f* .
   b) Calculer f(9). En donner la valeur arrondie au dixième puis interpréter le résultat.
   c) A l'aide de la calculatrice, déterminer l'heure à partir de laquelle la température est inférieure à 15°C.

Un problème :	***Médaille d'or***

Le but de ce problème est d'étudier l'évolution de la température de cette pièce, puis de calculer l'énergie dissipée à l'extérieur au cours de la nuit de 22h à 7h le lendemain matin.

On suppose pour la suite du problème que la température extérieure est constante et égale à 11°C.

On désigne par *t* le temps écoulé depuis 22h exprimé en heures et par *f(t)* la température de la pièce exprimée en °C au temps *t*. La température de la pièce est donc modélisée par une fonction *f* définie sur l'intervalle [0 ;9]

1. Prévoir le sens de variation de la fonction *f* sur l'intervalle [0 ;9].
2. On admet désormais que la fonction *f* est définie sur l'intervalle [0 ;9] par :
   $f(t) = 9e^{-0,12t} + 11$
   a) Après avoir établi la dérivabilité de la fonction *f*, calculer sa dérivée et étudier ses variations.
   b) Calculer f(9). En donner la valeur arrondie au dixième puis interpréter le résultat.
   c) A l'aide de la calculatrice, déterminer l'heure à partir de laquelle la température est inférieure à 15°C.