



Des milieux

Dans les programmes

Coordonnées d'un point, d'un milieu – Logique : et / ou – Probabilités (tirage au hasard dans un ensemble fini) – Fonction

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\mathcal{R} = (O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 Un milieu à coordonnées entières

1.1 Quotient

Dans cette partie, on appellera nœud tout point dont les deux coordonnées sont entières dans le repère \mathcal{R} .

1. Une droite d est munie d'un repère :



Pour un réel x , on appelle partie entière de x (notée $[x]$), l'entier le plus proche sur la gauche de x sur cette droite.

Donnez les valeurs de $[\pi]$, $[-5,12]$, $[6]$.

2. Soient A et B deux nœuds. En utilisant la fonction partie entière, compléter l'algorithme suivant puis le traduire sur machine :

Entrée : Deux points A et B définis par leurs coordonnées dans le repère \mathcal{R}

Sortie : True si le milieu de $[AB]$ est un nœud, False sinon

1.2 Reste

Dans cette partie, on appellera nœud tout point dont les deux coordonnées sont entières dans le repère \mathcal{R} .

Soient A et B deux nœuds.

On note R_2 la fonction qui à tout entier n associe le reste de la division euclidienne de n par 2.

- Quelles sont les images de $x_A + x_B$ et de $y_A + y_B$ par la fonction R_2 lorsque le milieu J du segment $[AB]$ est un nœud ?
- On suppose que le point J n'est pas un nœud. Laquelle ou lesquelles des phrases ci-dessous correspond exactement à cette situation ?
 - $R_2(x_A + x_B) = 1$ et $R_2(y_A + y_B) = 1$
 - $R_2(x_A + x_B) = 1$ ou $R_2(y_A + y_B) = 1$
 - $(R_2(x_A + x_B) = 1 \text{ et } R_2(y_A + y_B) = 0)$ ou $(R_2(x_A + x_B) = 0 \text{ et } R_2(y_A + y_B) = 1)$



(d) $(R_2(x_A + x_B) = 1 \text{ et } R_2(y_A + y_B) = 0)$ ou $(R_2(x_A + x_B) = 0 \text{ et } R_2(y_A + y_B) = 1)$
ou $(R_2(x_A + x_B) = 1 \text{ et } R_2(y_A + y_B) = 1)$

3. Compléter l'algorithme suivant à l'aide de la fonction R_2 :

Entrée : Deux points A et B définis par leurs coordonnées dans le repère \mathcal{R}
Sortie : True si le milieu de $[AB]$ est un noeud, False sinon

4. Écrire un programme sur votre machine traduisant cet algorithme.

2 Tirage au hasard de deux noeuds

Dans cette partie, le mot « noeud » désignera uniquement les points à coordonnées entières dont l'abscisse x vérifie $-4 \leq x \leq 4$ et l'ordonnée y vérifie $-5 \leq y \leq 5$.

Traduire l'algorithme suivant sur machine :

Entrée : Un entier $n > 0$

début

compteur \leftarrow 0

répéter n fois

 Tirer un noeud A puis un noeud B au hasard (non nécessairement distinct de A).

si le milieu de $[AB]$ est un noeud **alors**

 compteur \leftarrow compteur + 1

fin

Sortie : compteur/ n

Donner une estimation de la probabilité d'obtenir un segment ayant pour milieu un noeud lorsqu'on tire une extrémité au hasard puis l'autre parmi les noeuds.

3 Dénombrement

1. Écrire un algorithme qui dénombre le nombre de segments ayant pour extrémités (éventuellement confondues) deux noeuds puis un algorithme dénombrant le nombre de segments ayant pour extrémités (éventuellement confondues) deux noeuds et pour milieu un noeud.
2. Faire ce même décompte « à la main ».
3. Quelle est la probabilité d'obtenir un segment ayant pour milieu un noeud lorsqu'on tire une extrémité au hasard puis l'autre parmi les noeuds ?

4 Tirage de cinq noeuds au hasard

A l'aide d'un algorithme, on a simulé des tirages de cinq noeuds au hasard puis estimé la probabilité que l'un au moins des dix segments définis par ces noeuds ait un noeud pour milieu. Par observation des résultats, on conjecture une probabilité de 1.

Comment expliquer cette observation ?