Un crible

Dans les programmes

Équation de droite, fonction carré, notion de courbe représentative, intersection de deux droites, diviseur d'un entier, nombres premiers.

Soit f la fonction carré et $\mathscr{P}$ la courbe représentative de f dans un repère.

1. Écrire un programme avec ALGOBOX qui représente les segments dont une extrémité est le point d'abscisse -2 de $\mathscr{P}$ et l'autre extrémité le point d'abscisse i de $\mathscr{P}$, où i parcourt l'ensemble des entiers entre 1 et 10.
2. Quellle conjecture peut-on émettre quant à l'intersection d'un segment d'extrémités $A(-2;4)$ et $B_i\left(i;i^2\right)$ avec l'axe des ordonnées ? Démontrer cette conjecture.
3. Modifier le programme précédent en changeant le point A d'abscisse -2 de la courbe en le point A d'abscisse -3 (les autres extrémités resteront inchangées).

   Quelle conjecture faîtes vous dans ce cas ? Démontrer.
4. Modifier le programme afin qu'il demande en premier lieu un entier naturel non nul k puis trace les segments $[AB_i]$ où $A\left(-k;k^2\right)$. La conjecture se généralise-t-elle ? Démontrer.
5. On trace les segments $[A_jB_i]$ (où i et j sont des entiers naturels et A_j d'abscisse $-j$ et B_i d'abscisse i sont des points de la parabole représentant la fonction carré) pour j prenant les valeurs entières entre 2 et 10 et i prenant les valeurs entières entre 2 et 50. Quelle particularité ont les ordonnées entières des points de l'axe des ordonnées qui n'appartiennent à aucun des segments ainsi tracés ?

Éléments de réponses – Calculatrices TI

Les graphiques sont peu lisibles sur une calculatrice mais les programmes demandés sont possibles. Pour exploiter des zones du graphique, on peut zoomer ou redéfinir la fenêtre mais il faudra alors relancer le programme après chaque réglage.

1. **Les multiples de 2**

   L'algorithme avec une ti 84 :

Program : P1	
For(I,1,10) Line(-2,4,I, I^2) End	"LIGNE" dans une machine francisée

   Il s'agit de chercher l'ordonnée à l'origine de la droite (AB_i).

   Le coefficient directeur est : $m = \frac{y_{B_i} - y_A}{x_{B_i} - x_A} = \frac{i^2-4}{i+2} = i - 2$.

   Et l'ordonnée à l'origine :

   $p = y_A - m \times x_A = 4 - (i-2) \times (-2) = 2i$.

   Les ordonnées à l'origine sont les multiples de 2.

2. **Les multiples de 3.**

   L'algorithme avec une ti 84 :

Program : P2
For(I,1,10) Line(-3,9,I, I^2) End

   Il s'agit de chercher l'ordonnée à l'origine de la droite (AB_i).

   Le coefficient directeur est : $m = \frac{y_{B_i} - y_A}{x_{B_i} - x_A} = \frac{i^2-9}{i+3} = i - 3$.

   Et l'ordonnée à l'origine :

   $p = y_A - m \times x_A = 9 - (i-3) \times (-3) = 3i$.

   Les ordonnées à l'origine sont les multiples de 3.

3. L'algorithme avec une ti 84 :

Program : P3
Prompt K For(I,1,10) Line($-K$,K^2,I, I^2) End

   Il s'agit de chercher l'ordonnée à l'origine de la droite (AB_i) où $A\left(-k; k^2\right)$, k étant un entier naturel $\neq 0$.

   Le coefficient directeur est : $m = \frac{y_{B_i} - y_A}{x_{B_i} - x_A} = \frac{i^2-k^2}{i+k} = i - k$.

   Et l'ordonnée à l'origine :

   $p = y_A - m \times x_A = k^2 + k(i-k) = ki$.

   Les ordonnées à l'origine sont les multiples de k.

4. **Le crible de Matiassevitch**

   L'algorithme avec une ti 84 (figure illisible) :

Program : P4

For(J,2,10)
For(I,2,50)
Line($-J$,J^2,I, I^2)
End
End