POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

Formation des professeurs stagiaires et professeurs détachés

Journée animée par les IA-IPR de mathématiques

Jeudi 6 février 2020

académie Lyon

RÉGION ACADÉMIQUE
AUVERGNE-RHÔNE-ALPES

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE
ET DE LA JEUNESSE
MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Déroulement

1. Temps d'échanges

2. Les évolutions en cours au lycée

3. Des compétences professionnelles à développer en collège et en lycée :

   - Apprendre à construire des automatismes ;

   - Former les élèves au raisonnement : focale sur la compétence « Raisonner » ;

   - Différencier la pédagogie.

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

Temps 1 : échanges

académie Lyon

RÉGION ACADÉMIQUE
AUVERGNE-RHÔNE-ALPES

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE
ET DE LA JEUNESSE
MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION

Echanges sur le travail en établissement

Après quelques mois d'exercice du métier :

- quelles satisfactions professionnelles pourriez-vous exprimer ?
- quelles difficultés avez-vous identifiées ?
- ressentez-vous des besoins précis de formation ?
- percevez-vous déjà une évolution dans vos pratiques ?
- avez-vous des questions à adresser spécifiquement au corps d'inspection ?

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

Temps 2 : réforme du lycée

académie
Lyon

RÉGION ACADÉMIQUE
AUVERGNE-RHÔNE-ALPES

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE
ET DE LA JEUNESSE
MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION

Réforme du lycée

En classe de 2nde :

En mathématiques, l'enseignement est commun à tous, pour un volume de 4h par semaine.

En classe de 1ère :

- VOIE GENERALE
  Plus de série mais un choix à faire de 3 spécialités parmi au plus 12.

- VOIE TECHNOLOGIQUE
  Les séries restent les mêmes : STMG, ST2S, STHR,STI2D, STL, STD2A.

Réforme du lycée – voie générale

Les élèves de la voie générale choisissent d'approfondir progressivement des **enseignements de spécialité**.

- À la fin de la seconde, les élèves qui se dirigent vers la voie générale choisissent **trois enseignements de spécialité qu'ils suivront en première** (4h hebdomadaires par spécialité)

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Bac2021/18/1/Presentation_des_enseignements_de_specialite_de_la_voie_generale_1030181.pdf

- À la fin de l'année de première, ils choisissent, parmi ces trois enseignements, les deux **enseignements de spécialité qu'ils poursuivront en classe de terminale** (6h hebdomadaires par spécialité)

Réforme du lycée – voie générale

Les lycées proposeront des enseignements de spécialité parmi les suivants :

- Mathématiques
- Physique-chimie
- Sciences de la Vie et de la Terre
- Sciences économiques et sociales
- Histoire géographie, géopolitique et sciences politiques
- Humanités, littérature et philosophie
- Langues, littératures et cultures étrangères

- Numérique et sciences informatiques
- Sciences de l'ingénieur
- Littérature, langues et cultures de l’Antiquité
- Arts
- Biologie écologie (dans les lycées agricoles uniquement)

Réforme du lycée – voie générale

Des enseignements optionnels :
En première et en terminale les élèves de la voie générale pourront choisir un enseignement optionnel parmi :

- Langue vivante
- Arts
- Éducation physique et sportive
- Langues et cultures de l'antiquité (cumulable avec une autre option)

En terminale, les élèves pourront ajouter un enseignement optionnel parmi :

- Droit et grands enjeux du monde contemporain
- Mathématiques expertes
- Mathématiques complémentaires

Réforme du lycée – voie générale

En mathématiques :

- En classe de 1ère :

- 4h pour ceux qui ont pris la spécialité « mathématiques »

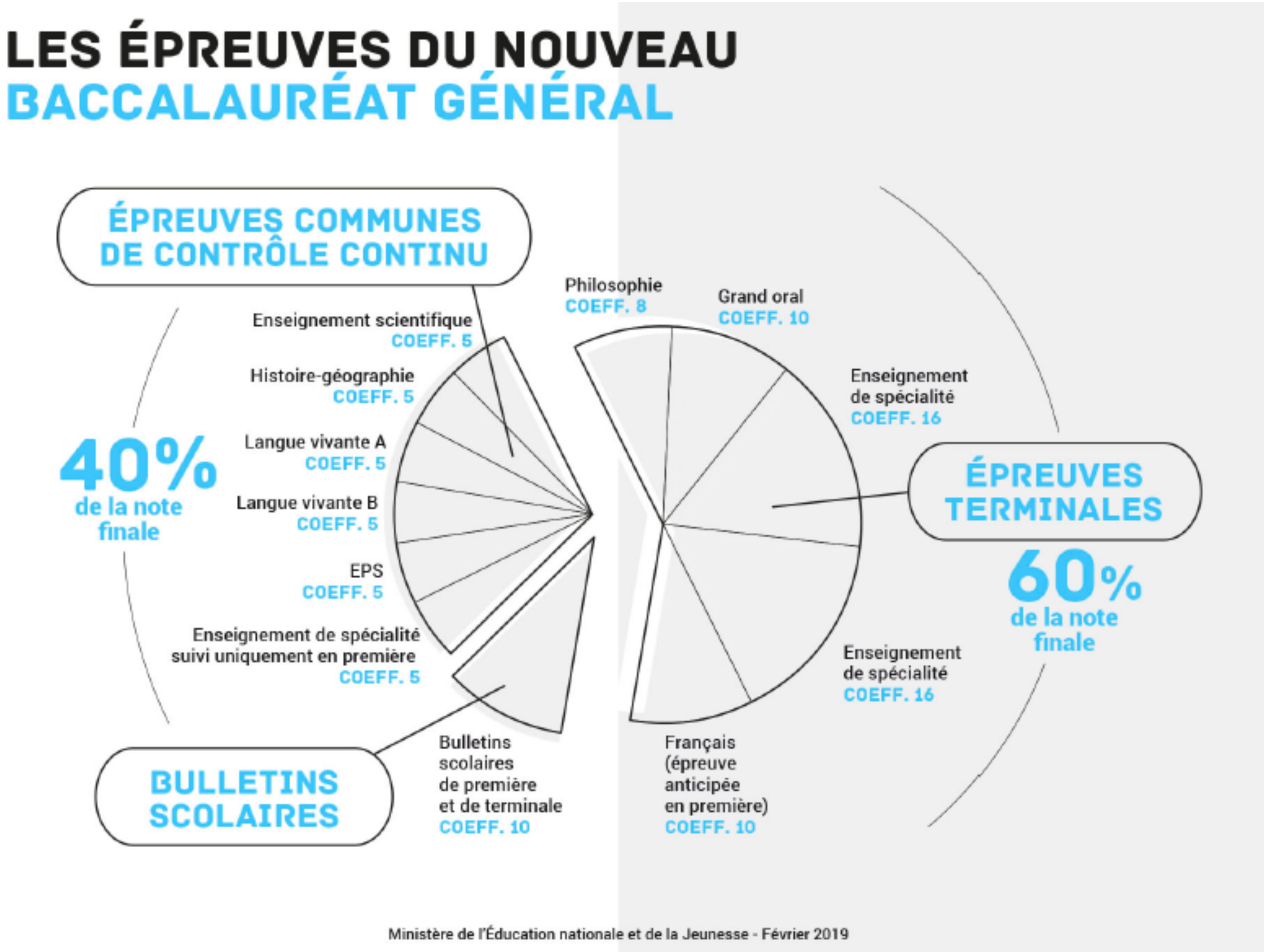
Pour tous, 2h d'enseignement scientifique.

- En classe de Terminale :

- 3h pour ceux qui ont pris l'option « mathématiques complémentaires »
- 6h pour ceux qui ont pris la spécialité « mathématiques »
- 9h pour ceux qui ont pris la spécialité « mathématiques » et l'option « mathématiques expertes »

Pour tous, 2h d'enseignement scientifique.

Le poids de la spécialité mathématique:



Le poids de la spécialité mathématique:

LE CHOIX DE LA SPÉ MATH EN 1ère

L'élève abandonne les mathématiques en terminale
E3C 5% de la note finale

L'élève choisit les *Mathématiques complémentaires*
(dans le cadre du Bulletin 10%)

L'élève choisit les *Mathématiques expertes*
(dans le cadre du Bulletin 10%)

L'élève choisit la SPÉ MATH en terminale
16% de la note finale

GRAND ORAL
10% de la note finale

Réforme du lycée – voie technologique

L'organisation en séries est maintenue.

Dès la fin de la seconde, les élèves optant pour la voie technologique se dirigent vers une série, qui déterminera leurs enseignements de spécialité :

- ST2S : Sciences et technologies de la santé et du social
- STL : Sciences et technologies de laboratoire
- STD2A : Sciences et technologies du design et des arts appliqués
- STI2D : Sciences et technologies de l'industrie et du développement durable
- STMG : Sciences et technologies du management et de la gestion
- STHR : Sciences et technologies de l'hôtellerie et de la restauration
- TMD : Techniques de la musique et de la danse
- STAV : Sciences et technologies de l'agronomie et du vivant (dans les lycées agricoles uniquement)

Réforme du lycée – voie technologique

En mathématiques :

- 3h de tronc commun pour tous, quelle que soit la série.

- En STI2D et STL :

L'enseignement de spécialité « physique-chimie et mathématiques » :

  - STI2D : 6h par semaine en $1^{ère}$ et Terminale
  - STL : 5h par semaine en $1^{ère}$ et Terminale

Le programme est commun avec des parties identifiées « mathématiques » et « physique-chimie ». En mathématiques, cela correspond à un volume horaire compris entre 1h30 et 2h par semaine.

Réforme du lycée – enjeux pédagogiques liés à l’enseignement des mathématiques

- Développer les leviers de différenciation
- Accorder davantage de place à l’oral
- Investir le champ de la démonstration et des méthodes de raisonnement
- Intégrer les repères historiques
- Développer les automatismes
- Intégrer l’algorithmique dans le cours de mathématiques

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

Temps 3 : Construction des automatismes

académie
Lyon

RÉGION ACADÉMIQUE
AUVERGNE-RHÔNE-ALPES

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE
ET DE LA JEUNESSE
MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION

Construction d’automatismes

ATELIER :

Par groupe de trois ou quatre, répondre aux questions suivantes :

- Pratiquez-vous les questions flash (mises en train, rituels …) de manière régulière avec vos élèves ?
- Quels sont les objectifs d’une pratique ritualisée des questions flash ?

- Pourquoi installer une pratique des questions flash ?

- Quoi ? Sur quoi interroger les élèves ?

- Comment ? Quels dispositifs mettre en œuvre ? Quels outils utiliser ?

- Quand ? Quelle planification et pour quels objectifs ?

Développer les automatismes des élèves

Comment ?

Planification
- Progressivité thématique, spiralée
- Diagnostique, anticipation, remémorisation
- Remédiation

Forme
- QCM
- Vrai/Faux
- Texte à trous
- Extraire l'information d'un texte court, d'un graphique ou d'un tableau de données
- Poser un calcul algébrique ou numérique

Outils
- Numérique ou non
- Ardoise, cahier particulier, oral, main levée ..
- Place dans la classe, hors la classe
- Place de l'erreur
- Quelle trace ?

Quand ?

Régulier, systématique, court

5 à 10 min à chaque début de séance (correction comprise)

Mise au travail plus rapide des élèves par la ritualisation du début de séance

Pourquoi ?

Motivation, confiance en soi

L'automatisation libère la mémoire de travail qui peut accéder à d'autres tâches : gain de temps et de fatigue

Quoi ?

Connaissances, procédures, stratégies

Reconnaissance de situations concrètes dans des contextes variés

Écueils à éviter :

- Dressage par manque de sens.
- Manque de rythme et de diversité des activités par similarité avec le contenu du reste de la séance dans le fond et/ou la forme.
- Déficience de planification : le développement d'automatismes nécessite une confrontation aux connaissances, procédures et stratégies mises en œuvre régulièrement.

Un argumentaire en faveur de la construction des automatismes :

- Mettre les élèves au travail, dans le calme ;
- Gagner du temps par le travail des automatismes en anticipant les difficultés : prévoir une progression des automatismes/activités mentales en fonction de la progression des séquences ;
- Gagner en confiance : les automatismes rassurent, libèrent la mémoire pour se concentrer sur le concept nouveau en cours d'acquisition ;
- Outils numériques : WIMS (classe et hors la classe) ;
- Diagnostic des erreurs : visualiseur, remédiation/régulation immédiate, place de l'oral ;
- Incorporation du travail des automatismes dans le travail de groupe : autocorrection, correction entre pairs… ;
- Automatismes et différenciation.

Construction d'automatismes : dans les textes

Extrait du document ressource d'accompagnement du programme de mathématiques du cycle 4, « Type de tâches »

Questions « flash »

La pratique de questions « flash » vise à renforcer la mémorisation de connaissances et l'automatisation de procédures afin de faciliter un travail intellectuel ultérieur par leur mise à disposition immédiate.

Une tâche de ce type relève d'une activité mentale attendue sur un temps court (quelques minutes). Elle peut mobiliser une connaissance, un savoir-faire, un traitement automatique ou réfléchi. Pour être efficaces, les questions flash doivent être proposées de façon régulière, tout au long du cycle, et s'inscrire dans une stratégie d'enseignement qui articule de façon cohérente entraînement, évaluation, remédiation et consolidation. Elles se prêtent à l'utilisation de supports variés : papier, diaporama, enregistrement oral.

Construction d'automatismes : dans les textes

Dans les intentions majeures du nouveau programme de seconde :

La résolution de problèmes est un cadre privilégié pour développer, mobiliser et combiner plusieurs de ces compétences. Cependant, pour prendre des initiatives, imaginer des pistes de solution et s'y engager sans s'égarer, l'élève doit disposer d'automatismes. Ceux-ci facilitent en effet le travail intellectuel en libérant l'esprit des soucis de mise en œuvre technique et élargissent le champ des démarches susceptibles d'être engagées. L'acquisition de ces réflexes est favorisée par la mise en place d'activités rituelles, notamment de calcul (mental ou réfléchi, numérique ou littéral). Elle est menée conjointement avec la résolution de problèmes motivants et substantiels, afin de stabiliser connaissances, méthodes et stratégies.

Construction d’automatismes : dans les textes

Le professeur veille à établir un équilibre entre divers temps de l’apprentissage :

- les temps de recherche, d’activité, de manipulation ;
- les temps de dialogue et d’échange, de verbalisation ;
- les temps de cours, où le professeur expose avec précision, présente certaines démonstrations et permet aux élèves d’accéder à l’abstraction ;
- les temps où sont présentés et discutés des exemples, pour vérifier la bonne compréhension de tous les élèves ;
- les exercices et problèmes, allant progressivement de l’application la plus directe au thème d’étude ;
- les rituels, afin de consolider les connaissances et les méthodes.

Page 3 – programme de seconde

Construction d’automatismes

<u>**Une piste de travail pour les équipes en établissement :**</u>

Réfléchir à ce qui devrait être automatisé chez les élèves et le prévoir dans la progression.

Construction d’automatismes : un programme fixé dans la voie technologique

Capacités attendues

- **Proportions et pourcentages :**
- calculer, appliquer, exprimer une proportion sous différentes formes (décimale, fractionnaire, pourcentage) ;
- calculer la proportion d’une proportion.

- **Évolutions et variations :**
- passer d’une formulation additive (« augmenter de 5% », respectivement « diminuer de 5% ») à une formulation multiplicative (« multiplier par 1,05 », respectivement « multiplier par 0,95 ») ;
- appliquer un taux d’évolution pour calculer une valeur finale ou initiale ;
- calculer un taux d’évolution, l’exprimer en pourcentage ;
- interpréter un indice de base 100 ; calculer un indice ; calculer le taux d’évolution entre deux valeurs ;
- calculer le taux d’évolution équivalent à plusieurs évolutions successives ;
- calculer un taux d’évolution réciproque.

- **Calcul numérique et algébrique :**
- effectuer des opérations et des comparaisons entre des fractions simples ;
- effectuer des opérations sur les puissances ;
- passer d’une écriture d’un nombre à une autre (décimale, fractionnaire, scientifique) ;
- estimer un ordre de grandeur ;
- effectuer des conversions d’unités ;
- résoudre une équation ou une inéquation du premier degré, une équation du type : $x^2 = a$;
- déterminer le signe d’une expression du premier degré, d’une expression factorisée du second degré ;
- isoler une variable dans une égalité ou une inégalité qui en comporte plusieurs sur des exemples internes aux mathématiques ou issus des autres disciplines ;

Construction d’automatismes : des attendus de fin d’année au collège sur lesquels s’appuyer pour construire une progression.

https://eduscol.education.fr/pid38211/attendus-reperes.html

Construction d'automatismes : des attendus de fin d'année au collège sur lesquels s'appuyer pour construire une progression.

Résoudre des problèmes de proportionnalité

Ce que sait faire l'élève

- Il modélise une situation de proportionnalité à l'aide d'une fonction linéaire.
- Il utilise le lien entre pourcentage d'évolution et coefficient multiplicateur.
- Il résout des problèmes en utilisant la proportionnalité dans le cadre de la géométrie.

Exemples de réussite

- Un mobile se déplace à 5 m/s.
  L'élève modélise la situation par $d(x) = 5x$ où x est le temps exprimé en secondes et $d(x)$ la distance parcourue, en mètres, en x secondes.
- Il sait qu'une augmentation de 5 % se traduit par une multiplication par 1,05.
- Il sait qu'une diminution de 20 % se traduit par une multiplication par 0,8.
- Il utilise la proportionnalité pour calculer des longueurs dans une configuration de Thalès, dans des triangles semblables, dans le cadre des homothéties.

Construction d’automatismes

ATELIER :

Dans chaque groupe :

- Choisir un thème du programme de seconde ou du cycle 4 et dégager ce qui devrait relever d’automatismes pour les élèves.

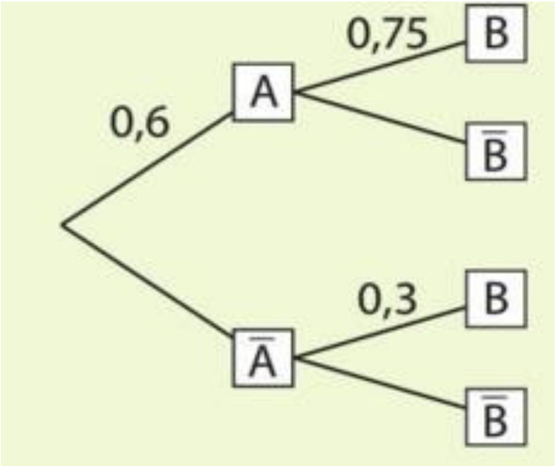
- Créer quelques automatismes sur ce thème à mettre en œuvre dans la classe

Exemples de thèmes :

Seconde : Vecteurs, Droites du plan, Fonctions, Algorithmique, Probabilités …

Cycle 4 : Fractions, Calcul littéral, Thalès, Pythagore, Grandeurs, Fonctions, Statistiques….

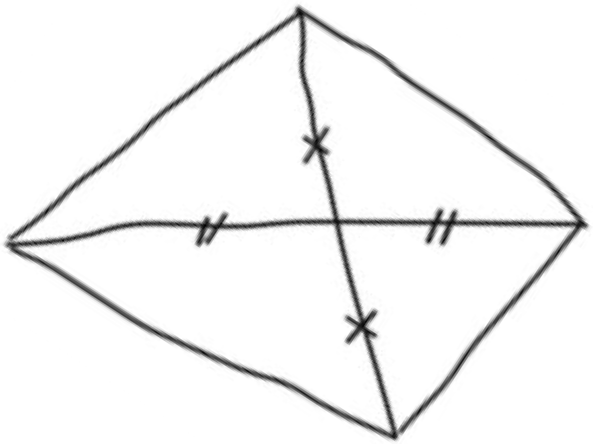
Exemple de question flash



$$P(A \cap B) = ?$$

Exemple de question flash

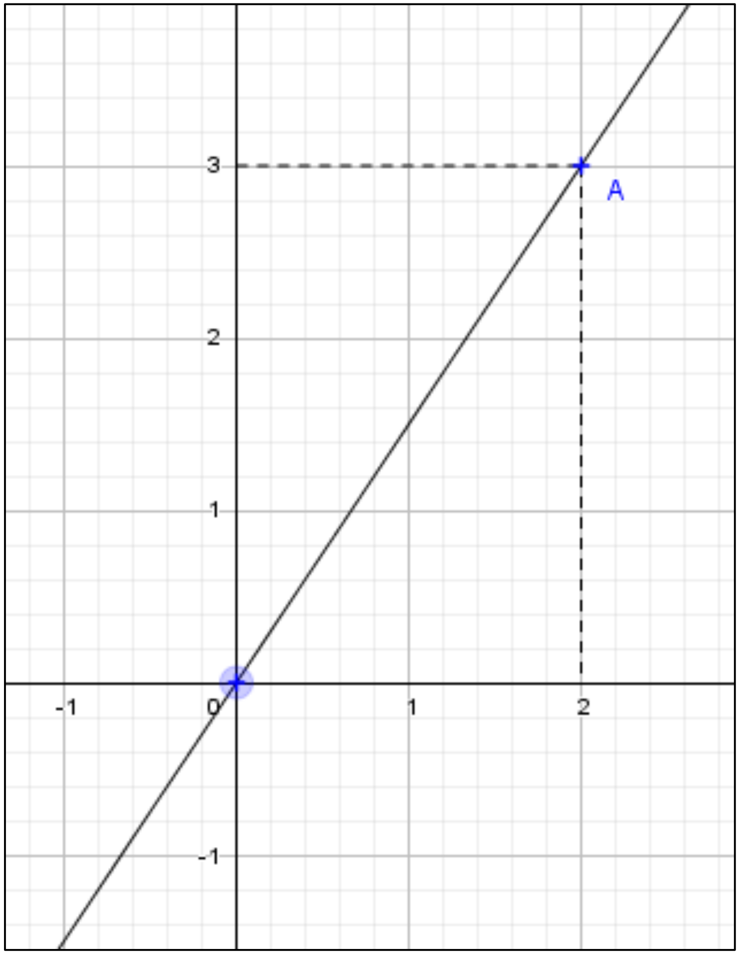
Déterminer, si possible, la nature du quadrilatère :



Exemple de question flash

3 est-il solution de l'équation $3x^2 - 2x = 21$?

Exemple de question flash



B(18 ; …) ∈ (OA)

Exemple de question flash

```python
def flash(x,y):
    N = x**2+y**2
    if N == 53:
        x = "gagné"
    else :
        x = "perdu"
    return(x)

```

Que renvoie l'instruction flash(2,7) ?

Exemple de question flash

```python
A = 8
for i in range (1,5):
        A = A +i
```

Que contient la variable A à la fin de l’execution ?

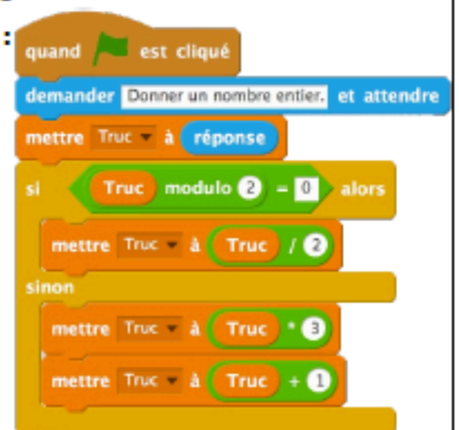
Questions flash de scratch à Python

Sur Scratch

Algo n°1 :

Qu'y aura-t-il dans la variable **Nombre** à la fin de ce programme ?

Algo n°2 :



Quelle sera la valeur de **Truc** à la fin de ce programme si on donne 17 au départ ?

En débranché

Algo n°1 :

Nombre ← 10
Si **Nombre** > 0
alors **Nombre** ← **Nombre** + 5
Nombre ← **Nombre** × 2
Fin si

Qu'y aura-t-il dans la variable **Nombre** à la fin de ce programme ?

Algo n°2 :

Demander un nombre entier
Truc ← réponse
Si **Truc** est pair
alors **Truc** ← **Truc** / 2
sinon **Truc** ← **Truc** × 3
Truc ← **Truc** + 1
Fin si

Quelle sera la valeur de **Truc** à la fin de ce programme si on donne 17 au départ ?

Sur Python

Algo n°1 :

```
Nombre=10
if Nombre>0:
    Nombre=Nombre+5
    Nombre=Nombre*2
```

Qu'y aura-t-il dans la variable **Nombre** à la fin de ce programme ?

Algo n°2 :

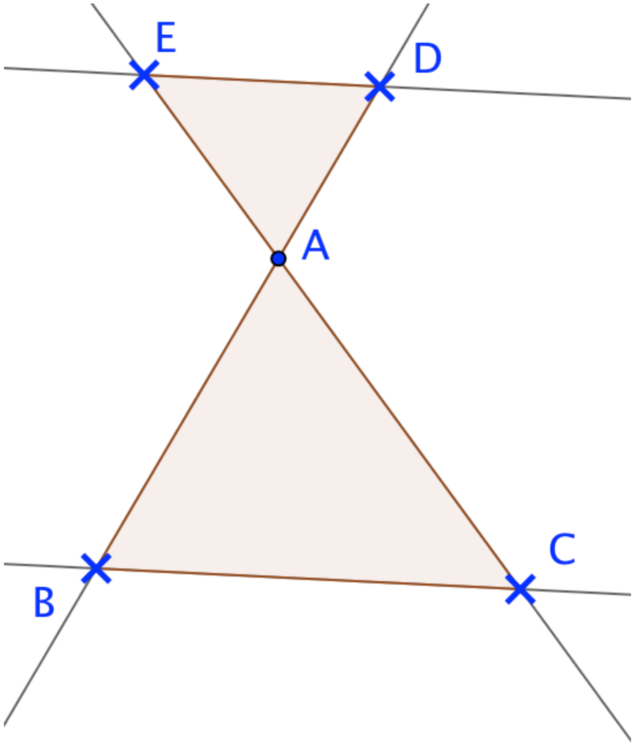
```
Truc=int(input("Saisir un nombre entier")
if Truc%2==0:
    Truc=Truc/2
else:
    Truc=Truc*3
    Truc=Truc+1
```

Quelle sera la valeur de **Truc** à la fin de ce programme si on donne 17 au départ ?

Exemple de question flash

Calculer AE sachant que (DE) est parallèle à (BC) :

AC = 6
AB = 5
AD = 3



Exemple de question flash

Calcule la longueur *UR* telle que :

$$\frac{8}{7} = \frac{3}{UR}$$

En classe

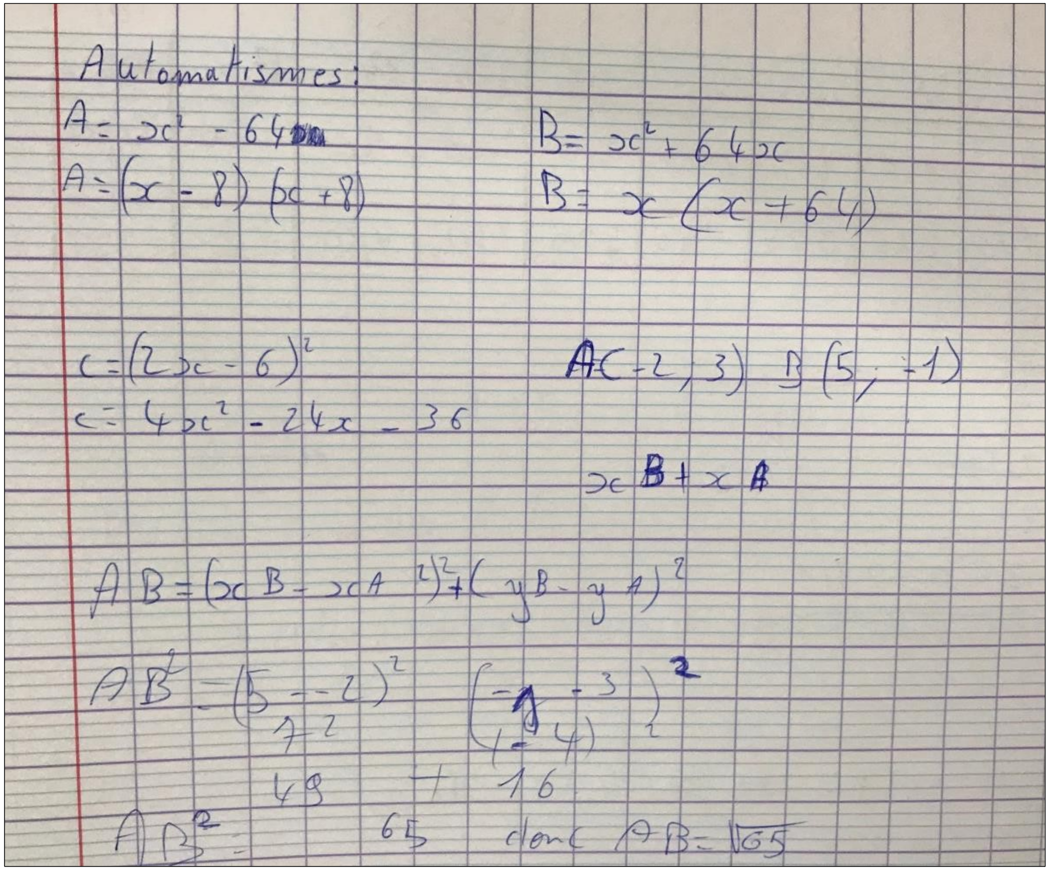
- L'énoncé est présenté uniquement oralement (non écrit)
- L'énoncé est donné écrit sous forme projetée, lu à voix haute ou pas
- L'énoncé est donné écrit à chaque élève.

- Un temps est laissé pour chaque question
- Un temps global peut être laissé si l'énoncé est donné individuellement

En dehors de la classe

- Sous forme de diaporama ou de vidéo en ligne
- Sous forme de fiche
- Sous forme de QCM

Quelle trace écrite de l’élève?



Automatismes:

$A = x^2 - 64$

$A = (x - 8)(x + 8)$

$B = x^2 + 64x$

$B = x(x + 64)$

$C = (2x - 6)^2$

$C = 4x^2 - 24x - 36$

$A(-2 ; 3)$ $B(5 ; -1)$

$x_B + x_A$

$AB = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$

$AB^2 = (5 - -2)^2 \quad (-1 - 3)^2$

$7^2 \quad (-4)^2$

$49 + 16$

$AB^2 = 65$ donc $AB = \sqrt{65}$

Séance n° Nombre de réussites	Automatismes du jour			Automatismes et calcul littéral
Séance 1 2../ 4	32 2 4 6	7,5 1,5 2,5 3,5 4,5	C B	$R = \frac{U}{I}$
Séance 2 3../ 4	2700 900 300	-13	A F	$\cancel{v = c \times m}$ $v = \frac{m}{c}$
Séance 3 …../ 4				
Séance 4 …../ 4				
Séance 5 …../ 4				
Séance 6 …../ 4				
Séance 7 …../ 4				
Séance 8 …../ 4				
Séance 9 …../ 4				
Séance 10 …../ 4				

Une urne contient 3 boules rouges et 7 boules vertes.
On tire une boule au hasard.

Quelle est la probabilité qu'elle soit verte?

Un sac opaque contient des jetons rouges et des jetons noirs.

Léa affirme: « En tirant au hasard un jeton de ce sac, j'ai une probabilité de $\frac{5}{3}$ de tirer un jeton rouge. »

Qu'en pensez-vous?

Un sac opaque contient des jetons rouges et des jetons noirs.

En réalité la probabilité de tirer un jeton rouge est $\frac{3}{5}$

Quelle est la probabilité de tirer un jeton noir?

20% de 150 personnes déclarent avoir peur en avion.

Combien de personnes cela représente-t-il?

La probabilité de gagner au loto est de 0,000 001

Ecrire cette probabilité en pourcentage.

3		Sportif	Non sportif	
4	Filles	35	20	
5	Garçons	25	20	
6				100

L'expérience consiste à choisir un élève au hasard.

Quelle est la probabilité que ce soit une fille sportive?

L'énoncé est en pièce jointe sur Pronote.

1ère séance

Question	Réponse	Corrigé
1	$\frac{7}{10}$	$3+7=10$. Il y a 10 issues possibles. La probabilité que la boule soit verte $\frac{7}{10}$ ou 0,7.
2	impossible	Cette réponse est impossible car une probabilité est comprise entre 0 et 1 (inclus).
3	$\frac{2}{5}$	Les évènements A "tirer un jeton rouge" et B "tirer un jeton noir" ~~est~~ sont incompatibles donc la somme de leurs probabilités est 1. D'où $p(B) = 1 - p(A) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$
4	$150 \times \frac{20}{100}$	10% de 150 correspondent à 15 donc 20% représentent 30 personnes.
5	$\frac{1}{1000000}$	0,000 001 = 0,000 1% On décale la virgule de 2 rangs vers la ~~gauche~~ droite (division par 100).
6	$\frac{35}{100}$	On croise les deux informations : 35 filles sont sportives sur 100 élèves d'où $\frac{35}{100}$ ou 0,35

Fiche 2 : entraînement au travail mental

Comment travail avec cette fiche ?

Cette fiche contient deux séries d'entraînement. Il est conseillé d'effectuer les entraînements régulièrement pour assurer un bon apprentissage. Pour chaque série, appliquer les consignes suivantes :

- Prendre une feuille de brouillon
- Cacher les réponses
- Sans poser d'opération, sans écrire de calculs, sans l'aide de la calculatrice, sans écrire les étapes, écrire les réponses pour chaque Item.
- Le temps approximatif d'une série est 10 minutes. Il ne faut pas dépasser ce temps.
- Regarder le corrigé et corriger *à la main* lorsque vous avez une réponse erronée.

SERIE A

1. $f(x) = 3x - 5$. Calculer $f(-2)$.
2. $f(x) = -2x + 1$. Calculer $f(\frac{1}{4})$
3. $\frac{3}{7} + \frac{1}{3} =$ ……….
4. Résoudre l'équation $2x + 5 = 0$
5. Résoudre l'équation $x - 12 = -x + 2$
6. Développer $2x(5 - x)$
7. Développer $(x - 8)^2$
8. Somme ou produit ? $n(n-1)(n-2) + 5$
9. Pour $x \neq -1$, $\frac{3x+5}{3x+3} = \frac{5}{3}$ est une identité ?
10. $(3x - 2)^2 = 9x^2 - 4$ est une identité ?

SERIE B

1. $f(x) = 2x^2 - 5$. Calculer $f(-2)$.
2. $f(x) = -\frac{x}{3} + 1$. Calculer $f(\frac{1}{2})$
3. $5 \times \frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$ ……….
4. Résoudre l'équation $-3x + 7 = 0$
5. Résoudre l'équation $-x - 1 = 2x + 2$
6. Développer $-x^2(x^2 - 2x + 4)$
7. Développer $(2x - 10)^2$
8. Soit n un entier. Montrer que $n^3 + n^2 + n$ est un multiple de n
9. Soit $x \neq 0$.
Écrire la somme sous forme d'un quotient : $\frac{3}{x} + 5$
10. Soit $x \neq 0$.
Écrire la somme sous forme d'un quotient : $\frac{2}{x} + \frac{x}{2}$

Correction série A

1. $f(-2) = -11$
2. $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$
3. $\frac{3}{7} + \frac{1}{3} = \frac{16}{21}$
4. $x = -2{,}5$
5. $x = 7$
6. $10x - 2x^2$
7. $x^2 - 16x + 64$
8. Somme
9. Non : contre-exemple avec $x = 1$
10. Non : contre-exemple avec $x = 1$

Correction série B

1. $f(-2) = 3$
2. $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{6}$
3. $\frac{23}{12}$
4. $x = \frac{7}{3}$
5. $x = -1$
6. $-x^4 + 2x^3 - 4x^2$
7. $4x^2 - 40x\ 100$
8. $n^3 + n^2 + n = n(n^2 + n + 1)$
9. $\frac{3+5x}{x}$
10. $\frac{4+x^2}{2x}$

Quelle évaluation pour les questions flash ?

- Auto-évaluation ;
- Une ardoise par personne ;
- Fiche ;
- Des applications :

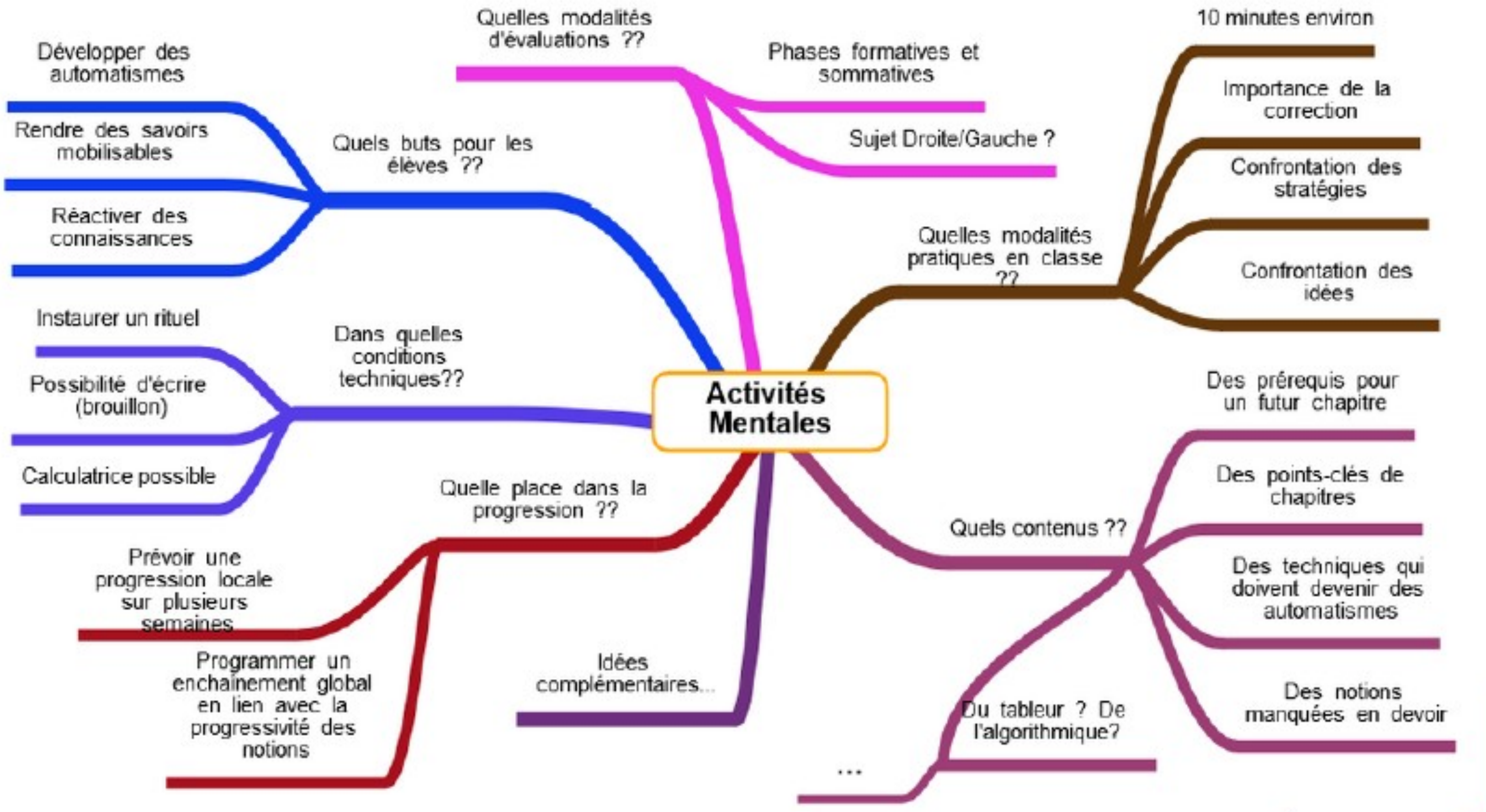
« Plickers »

https://www.youtube.com/watch?v=WYZGR8zkGpc ;

« QCMCam »

http://tice.univ-irem.fr/?p=2064.

Bilan



D'après P.Demoulin, Inspé Bordeaux

Ressources :

- Automatismes (Document ressource Lycée)
https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/84/2/RA19_Lycee_GT_2-1_MATH_Automatismes_1163842.pdf

- Calcul mental :
http://mathsmentales.net/

- Exemples de rituels en collège et en lycée:
http://www.toutatice.fr/portail

- Site de l'IREM de Clermont-Ferrand :
http://www.irem.univ-bpclermont.fr/Calcul-Mental-et-Automatismes-en,1306

- Questions flash et automatismes - Python
https://ent2d.ac-bordeaux.fr/disciplines/mathematiques/questions-flash-et-automatismes-python/

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

Temps 4 :
Que démontrer ?
Comment démontrer ?

académie Lyon
RÉGION ACADÉMIQUE AUVERGNE-RHÔNE-ALPES
MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE ET DE LA JEUNESSE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR, DE LA RECHERCHE ET DE L'INNOVATION

Rapport Villani – Torossian : 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques

6

Le cours

Rééquilibrer les séances d'enseignement de mathématiques : redonner leur place

- au cours structuré et à sa trace écrite ;
- à la notion de preuve ;
- aux apprentissages explicites.

Programme du cycle 4
Bulletin officiel n° 30 du 26-7-2018

Il est attendu de démontrer au moins une propriété du calcul fractionnaire en utilisant le calcul littéral et la définition du quotient.

Programme de seconde
Programme de spécialité de première

13 démonstrations en seconde
11 démonstrations en première

Que démontrer ?

ATELIER :

1. Lister des démonstrations de cours qui peuvent être traitées au collège.

2. Proposer une démonstration possible pour une des règles fractionnaires, à faire avec les élèves.

- $\frac{ab}{ac} = \frac{b}{c}$
- $a\frac{b}{c} = \frac{ab}{c}$
- $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$
- $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$

Fraction : de l'opérateur de partage au nombre quotient

<u>Extrait du document ressource :</u> « Fractions et nombres décimaux au cycle 3 »

« En dernière année de cycle 3, la fraction $\frac{a}{b}$ où a est un nombre entier et b est nombre entier non nul est définie comme étant le nombre qui multiplié par b donne a ; il s'agit du quotient de a par b»

Pourquoi développer l'aspect quotient d'une fraction au cycle 3 ?

- Pour démontrer des propriétés du calcul fractionnaire au cycle 4
- Pour rechercher des coefficients de proportionnalité
- Pour faciliter les manipulations algébriques en calcul littéral

André Pressiat
https://euler.ac-versailles.fr/webMathematica/reflexionpro/conferences/confpressiat/Quotients.pdf

Exemple de preuve d'une propriété de calcul fractionnaire utilisant la notion de quotient

<u>Propriété :</u> simplification des écritures fractionnaires

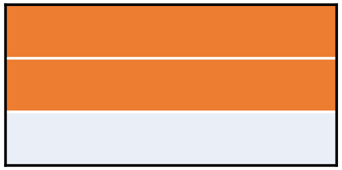
« On ne change pas la valeur d'un quotient en multipliant le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul. »

On considère deux nombres *a* et *b* avec $b \neq 0$.

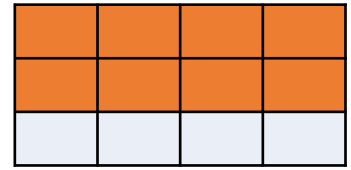
Pour tout nombre $k \neq 0$, on a : $\dfrac{ak}{bk} = \dfrac{a}{b}$

Comment faire percevoir la propriété ? Démontrer la propriété ?

Preuve sur un exemple générique pour montrer que $\dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3}$



$$\frac{2}{3} = \frac{2\times4}{3\times4} = \frac{8}{12}$$



<u>Démonstration :</u>

Appelons *Q* le nombre $\frac{2}{3}$. On peut donc écrire $Q = \frac{2}{3}$.

Q est le nombre qui multiplié par 3 donne 2.

$3\times Q = 2$ *En multipliant ces deux nombres égaux par 4, on obtient encore deux nombres égaux.*

$4\times(3\times Q) = 4\times2$

$(4\times3)\times Q = 4\times2$

$12\times Q = 8$

Q est donc aussi le nombre qui multiplié par 12 donne 8

Q est le nombre qui multiplié par 3 donne 2. $Q = \frac{2}{3}$

Q est donc aussi le nombre qui multiplié par 12 donne 8 . $Q = \frac{8}{12}$

On a donc $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

Cette démonstration conduite sur un exemple générique induit d'autres démonstrations impliquant progressivement le calcul littéral.

$$Q = \frac{2}{3}$$

$$3 \times Q = 2$$

En multipliant ces deux nombres égaux par un nombre k non nul, on obtient encore deux nombres égaux.

$$k \times (3 \times Q) = k \times 2$$

$$(k \times 3) \times Q = k \times 2$$

$$(3k) \times Q = 2k$$

$$Q = \frac{2k}{3k}$$

On obtient donc $\frac{2k}{3k} = \frac{2}{3}$ pour tout nombre k non nul.

Cette démonstration inductive s'appuie <u>*essentiellement*</u> sur l'aspect quotient d'une fraction.

<u>Remarque</u> :
on peut imaginer construire avec les élèves une démonstration sur une autre propriété algébrique du calcul fractionnaire en classe de quatrième, par exemple dans l'esprit d'une progression spiralée « verticale ».

Que démontrer ?

En classe de seconde, les démonstrations de cours sont les suivantes :

- Le nombre rationnel $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal
- Le nombre $\sqrt{2}$ est irrationnel
- Pour une valeur numérique de *a,* la somme de deux multiples de *a* est un multiple de *a.*
- Le carré d'un nombre impair est impair.
- Quels que soient les réels positifs *a* et *b,* on a $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$
- Si *a* et *b* sont des réels strictement positifs, $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$
- Pour *a* et *b* réels positifs, illustration géométrique de l'égalité
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
- Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.
- Le projeté orthogonal du point *M* sur une droite Δ est le point de la droite Δ le plus proche du point *M.*

Que démontrer ?

- Relation trigonométrique $cos^2(\alpha) + sin^2(\alpha) = 1$ dans un triangle rectangle.
- En utilisant le déterminant, établir la forme générale d'une équation de droite.
- Étudier la position relative des courbes d'équation $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$, pour $x \geq 0$.
- Variations des fonctions carré, inverse, racine carrée.

Que démontrer ?

Atelier :

« Étudier la position relative des courbes d'équation $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$, pour $x \geq 0$. »

- Proposer des objectifs d'apprentissage différents
- Proposer des idées pour aborder la démonstration
- Proposer des approfondissement possibles

Que démontrer ?

Quels objectifs d’apprentissage ?

- Niveau 0 : assimiler le mot de vocabulaire mathématique « comparer »

- Niveau 1 : mettre en évidence la disjonction des cas (formulation de la conjecture)

- Niveau 2 : comprendre le changement de registre « courbes représentatives » - « écritures algébriques »

- Niveau 3 : mettre en place l’automatisme : « pour comparer deux réels, une méthode efficace consiste à étudier le signe de la différence de ces deux réels. »

Que démontrer ?

Quelles idées pour aborder cette démonstration ?

Idée 1 : Comparer un nombre positif avec son carré.

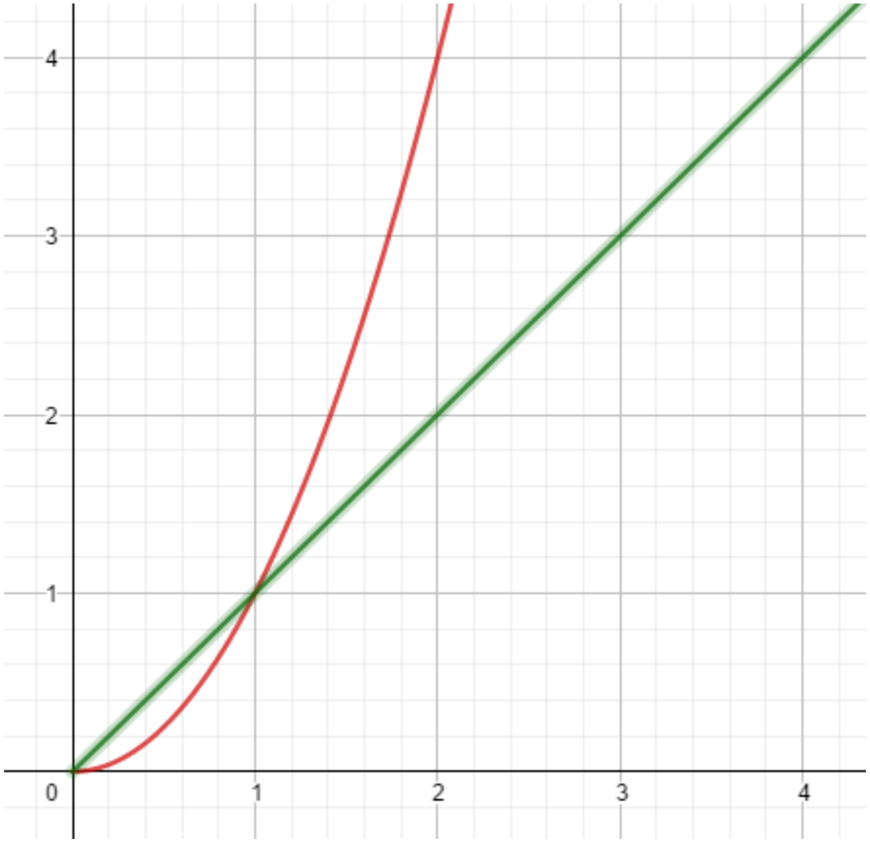
Idée 2 : Soit x un réel quelconque. Comparer les deux réels x^2 et $4(x-1)$.

Idée 3 : On remarque que 0^2=0 et 1^2=1. Quelle(s) conséquence(s) cette observation a-t-elle sur les courbes d'équation $y=x$ et $y=x^2$?

Idée 4 : Comparer un nombre et son double.

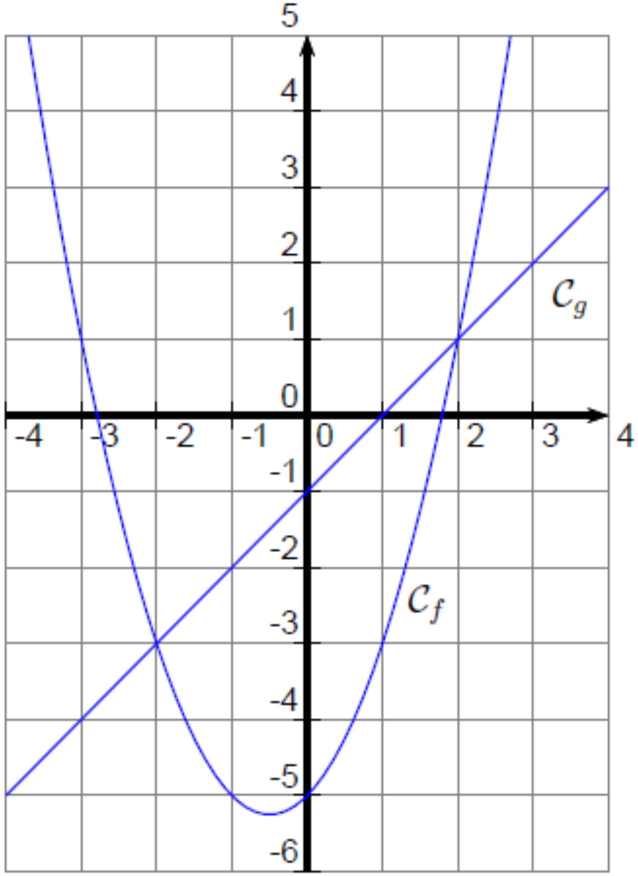
Que démontrer ?

Idée 5 : Quelle conjecture peut-on énoncer à partir de cette figure ?



Que démontrer ?

Idée 6 : Etudier graphiquement les positions relatives des courbes représentatives des fonctions f et g .



Que démontrer ?

Approfondissements possibles :

- Que dire sur si $x \leq 0$?

- À partir du schéma de démonstration précédent, étudier les positions relatives des courbes d'équation $y = x$ et $y = x^3$ pour $x \geq 0$.

- Etudier les positions relatives des courbes représentatives des courbes d'équations $y = x$ et $y = \frac{1}{x}$

- Etc.

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

Temps 5 : Différenciation pédagogique

académie Lyon

RÉGION ACADÉMIQUE
AUVERGNE-RHÔNE-ALPES

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE
ET DE LA JEUNESSE
MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION

Différenciation pédagogique

ATELIER :

1. La différenciation pédagogique, c'est ?
2. La différenciation pédagogique, ce n'est pas ?
3. Pourquoi ? Pour qui ? Quoi ?

Qu’est ce que la différenciation pédagogique ?

La différenciation pédagogique consiste à mettre en œuvre un ensemble diversifié de moyens et de procédures d’enseignement et d’apprentissage pour permettre à des élèves d’aptitudes et de besoins différents d’atteindre par des voies différentes des objectifs communs.

La différenciation pédagogique, ce n'est pas :

- Différencier les objectifs d'apprentissage ;
- Individualiser en devenant « précepteur » de chaque élève ;
- Supprimer les difficultés ;
- Laisser les élèves plus à l'aise de côté ;
- Fabriquer des cours à la carte.

La différenciation pédagogique, c'est :

- Adapter l'enseignement aux besoins de tous les élèves ;
- Permettre à tous d'atteindre les mêmes objectifs ;
- Aider les élèves à faire face aux difficultés ;
- Permettre à chacun de s'investir dans les activités selon ses intérêts et ses possibilités ;
- Garder une dynamique collective orientée vers des objectifs communs.

Différenciation pédagogique

ATELIER :

À partir de la tâche à prise d'initiative distribuée, concevoir un scénario pédagogique permettant un travail différencié.

Différencier une tâche à prise d'initiative

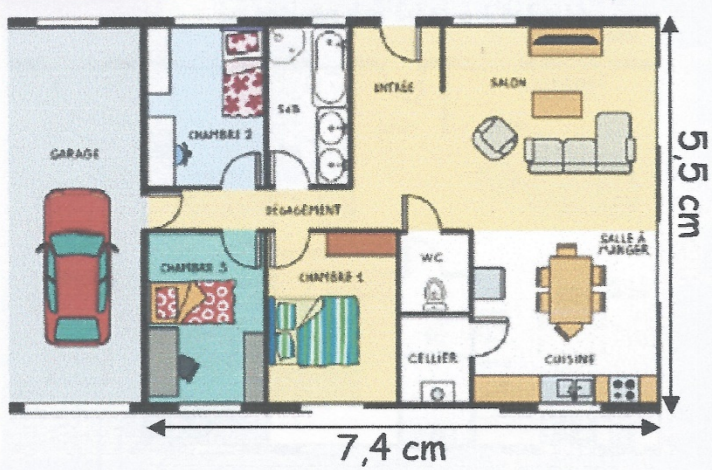
La famille CISSE veut changer de fournisseur d'électricité.
Quelle économie annuelle, en euro, peut espérer faire cette famille sur sa facture d'électricité en changeant de fournisseur ?

DOCUMENT 1 La famille Cissé

DOCUMENT 2 La consommation

Usage	Consommation moyenne d'électricité par an
Chauffage	110 kWh par mètre carré
Eau chaude	800 kWh par personne
Cuisson	200 kWh par personne
Appareils électriques et éclairage	1 100 kWh pour la maison

DOCUMENT 3 La maison des Cissé à l'échelle $\frac{1}{150}$



DOCUMENT 4 Tarifs des fournisseurs

Fournisseur actuel de la famille	Fournisseurs concurrents	
	Tarif A	Tarif B
0,1466 €/kWh	0,1719 €/kWh	0,1357 €/kWh

Différencier une tâche à prise d'initiative

La famille CISSE veut changer de fournisseur d'électricité. La famille est composée de 4 personnes.
Quelle économie annuelle, en euro, peut espérer faire cette famille sur sa facture d'électricité en changeant de fournisseur ?

DOCUMENT 1 *Echelle*

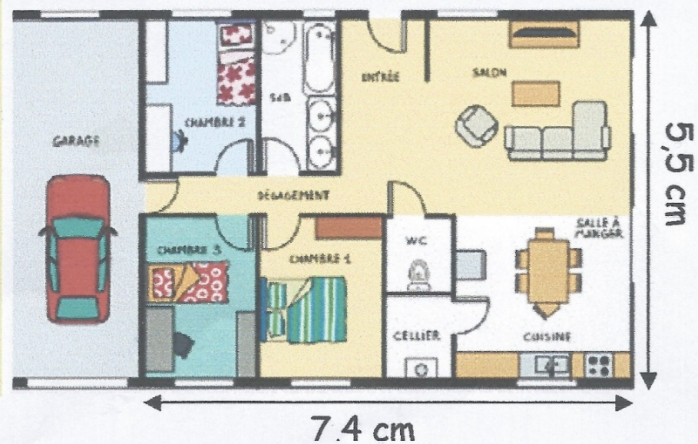
Une carte a pour échelle $\frac{1}{25\,000}$ signifie que 1 cm sur le plan représente 25 000 cm dans la réalité c'est-à-dire 250 m.

Longueur sur la carte en cm	1
Longueur réelle en m	250

DOCUMENT 2 La consommation

Usage	Consommation moyenne d'électricité par an
Chauffage	110 kWh par mètre carré
Eau chaude	800 kWh par personne
Cuisson	200 kWh par personne
Appareils électriques et éclairage	1 100 kWh pour la maison

DOCUMENT 3 La maison des Cissé à l'échelle $\frac{1}{150}$



DOCUMENT 4 Tarifs des fournisseurs

Fournisseur actuel de la famille	Fournisseurs concurrents	
	Tarif A	Tarif B
0,1466 €/ kWh	0,1719 €/ kWh	0,1357 €/ kWh

Différencier une tâche à prise d'initiative

La famille CISSE veut changer de fournisseur d'électricité.
Quelle économie annuelle, en euro, peut espérer faire cette famille sur sa facture d'électricité en changeant de fournisseur ?

DOCUMENT 1 *Echelle*

Une carte a pour échelle $\frac{1}{25\,000}$ signifie que 1 cm sur le plan représente 25 000 cm dans la réalité c'est-à-dire 250 m.

Longueur sur la carte en cm	1
Longueur réelle en m	250

DOCUMENT 3 La maison des Cissé à l'échelle $\frac{1}{150}$

DOCUMENT 2 La consommation

Usage	Consommation moyenne d'électricité par an
Chauffage	110 kWh par mètre carré
Eau chaude	3 200 kWh pour la maison
Cuisson	800 kWh pour la maison
Appareils électriques et éclairage	1 100 kWh pour la maison

DOCUMENT 4 Tarifs des fournisseurs

Fournisseur actuel de la famille	Fournisseurs concurrents	
	Tarif A	Tarif B
0,1466 €/kWh	0,1719 €/kWh	0,1357 €/kWh

Que peut-on différencier ?

- **Les contenus :**
  - **Varier les types de situations**

  Gammes calculatoires, problème guidé, problème à prise d'initiative, activités mentales, activités d'entrée dans les notions, QCM, jeux mathématiques, exercices fléchés dans un DM …)

  - **Varier le niveau de complexité**

  Partir d'exemples

  Reformuler ou faire reformuler

  Autoriser ou non la calculatrice

  Conserver de la richesse dans les énoncés simples….

  Exemple : construire tous les triangles de périmètre 12 cm dont les côtés mesurent un nombre entier de centimètres.

  - **Proposer des tâches à prise d'initiative permettant de varier les démarches de résolution.**

  - **Varier le support de l'énoncé : texte, tableau, schéma, images, son, vidéos.**

Que peut-on différencier ?

- Les modalités d’organisation :

  - Aménager le travail dans la classe

  Travail individuel, en groupes homogènes, en groupes hétérogènes, en îlots.

  - Travailler de manière collaborative

  Tutorat entre pairs (avec des précautions à prendre), réalisation d’une production commune, répartition des tâches.

  - Pratiquer des activités mentales

  Aide au diagnostic, entretien des acquis, acquisition d’automatismes

  - Rythmer la séance en variant la nature des activités

  - Accéder aux ressources et outils ou non

Que peut-on différencier ?

- **Les processus d'apprentissage :**

  - **Guider les activités**

  Problèmes ouverts avec coups de pouce éventuels

  Plus ou moins d'autonomie selon les besoins

  - **Accompagner les élèves**

  S'assurer que chacun a pu s'engager dans la tâche

  Aider certains à surmonter les obstacles (table d'appui)

  - **Susciter le débat**

  Confronter les idées

  Valider et valoriser les stratégies

  Adopter une stratégie commune

  - **Mettre en scène (scénario, explicitation, recours au numérique..)**

  - **S'adapter aux différents profils des élèves (Visuels, auditifs, kinesthésiques)**

Que peut-on différencier ?

- Les productions :

  - Débat oral
  - Document rendu sous forme
    - Ecrite (manuscrite)
    - Numérique
  - Forme des productions et valorisation
    - Exposés
    - Recherches documentaires
    - Constructions

  - Destination des productions pour l'élève, pour le professeur, affichage, exposition, jury

  - Différencier les évaluations : exercices supplémentaires, exercices au choix, exercices à la carte, temps et supports différents, coups de pouce, contenus adaptés

POUR L'ÉCOLE DE LA CONFIANCE

Quelques exemples

1. Problème (troisième-seconde)

« Le quadrilatère ABCD est un rectangle. Le point M est un point quelconque du segment [AD] et le point N le point d'intersection de la droite parallèle à (AB) passant par M et du segment [BC].On appelle K le point d'intersection des segments [AN] et [BM] et L le point d'intersection des segments [CM] et [DN].

1. Où placer le point M pour que l'aire du quadrilatère MKNL soit maximale ?
2. Quelle est la valeur de l'aire maximale ? »

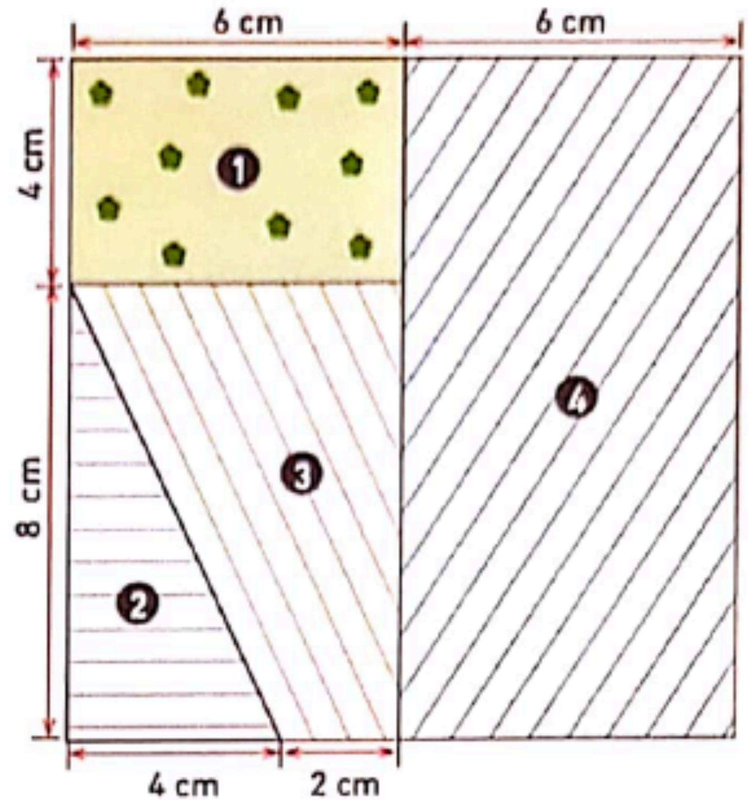
<u>Questions :</u>

1) Faire le problème
2) Quels objectifs d'apprentissage sont sous-jacents ?
3) Quels éléments de différenciation pédagogique peut-on mettre en œuvre ? Quelles stratégies, dispositifs, scénarii peut-on proposer ?

Un exemple vu en classe de sixième :

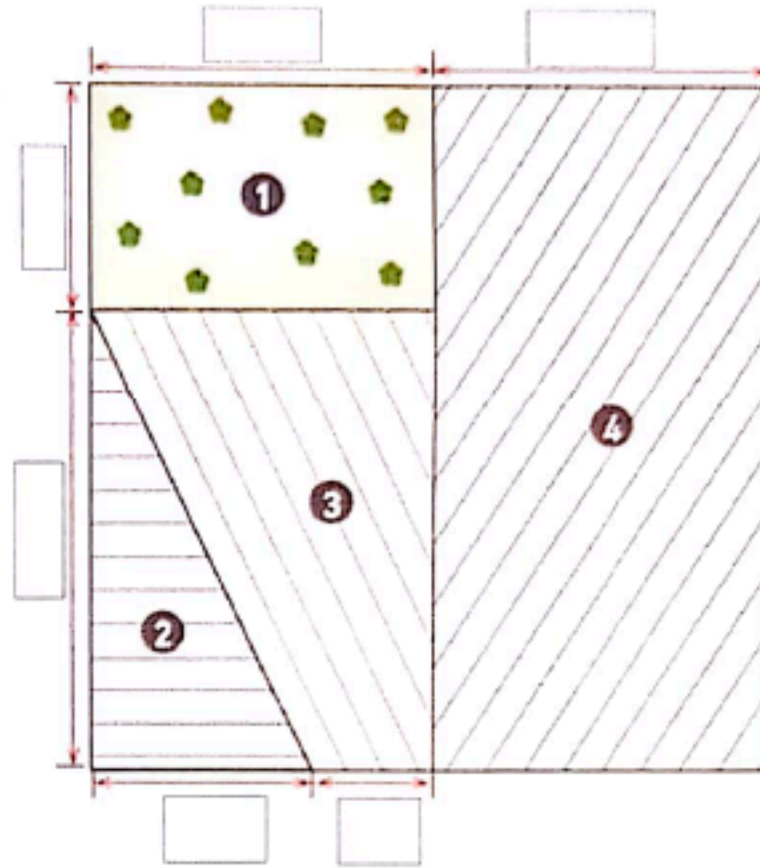
1 Reproduire en vraie grandeur le puzzle représenté ci-contre.

2 Agrandir ce puzzle en respectant la consigne : Un segment, qui mesure 4 cm sur le puzzle, devra mesurer 5 cm sur le puzzle agrandi.



Le puzzle agrandi ci -contre n'est pas en vraie grandeur.

Utilisez-le pour reporter les dimensions des pièces agrandies par chaque élève pour vérifier si elles fonctionnent.



Des ressources

- Ressources transversales d'accompagnement du programme de mathématique au cycle 4

http://eduscol.education.fr/cid99696/ressources-maths-cycle-4.html

- Recommandations du jury de la Conférence de consensus - Différenciation pédagogique : « Comment adapter l'enseignement pour la réussite de tous les élèves ? »

CNESCO – Ifé – ENS Lyon Mars 2017

http://www.cnesco.fr/fr/differenciation-pedagogique/

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

académie Lyon

RÉGION ACADÉMIQUE
AUVERGNE-RHÔNE-ALPES

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE
ET DE LA JEUNESSE

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE