

Formation des professeurs stagiaires

**La résolution de problèmes : un cadre privilégié
pour mobiliser automatismes et raisonnement**

Jeudi 10 décembre 2020

9 h - 16 h 30

**Journée animée par les IA-IPR de mathématiques
de l'académie de LYON**

Des compétences professionnelles à développer en collège et en lycée

I. Temps d'échanges

II. Apprendre à construire des automatismes

III. Intervention de M. Karim ZAYANA, inspecteur général de mathématiques

IV. Focale sur la compétence « raisonner »

Temps 1 :

Temps d'échanges sur le travail en établissement

Temps 1 :

Temps d'échanges sur le travail en établissement

Dans ce sondage, vous direz si vous êtes complètement d'accord, plutôt d'accord, pas d'accord ou pas du tout d'accord avec chacune des affirmations.

Nous débattons ensuite sur vos prises de position pour dégager un consensus.

Affirmation 1 :

Faire appel au volontariat pour la participation en classe permet de valoriser les élèves.

- A. Je suis complètement d'accord,
- B. Je suis plutôt d'accord,
- C. Je ne suis pas d'accord
- D. Je ne suis pas du tout d'accord

Affirmation 2 :

Pour gagner en autonomie, les élèves doivent travailler seuls.

- A. Je suis complètement d'accord,
- B. Je suis plutôt d'accord,
- C. Je ne suis pas d'accord
- D. Je ne suis pas du tout d'accord

Affirmation 3 :

Pour motiver un élève, il suffit de valoriser ses compétences, ses efforts et lui faire mesurer ses progrès.

- A. Je suis complètement d'accord,
- B. Je suis plutôt d'accord,
- C. Je ne suis pas d'accord
- D. Je ne suis pas du tout d'accord

Affirmation 4 :

Lorsque les élèves acceptent d'aider des camarades en difficulté, ils consacrent moins de temps à leurs apprentissages.

- A. Je suis complètement d'accord,
- B. Je suis plutôt d'accord,
- C. Je ne suis pas d'accord
- D. Je ne suis pas du tout d'accord

Affirmation 5 :

Faire coopérer les élèves est trop bruyant dans la classe et peut déranger les classes voisines.

- A. Je suis complètement d'accord,
- B. Je suis plutôt d'accord,
- C. Je ne suis pas d'accord
- D. Je ne suis pas du tout d'accord

Affirmation 6 :

Il est important d'attendre que tous les élèves aient compris une notion avant de passer à la suivante.

- A. Je suis complètement d'accord,
- B. Je suis plutôt d'accord,
- C. Je ne suis pas d'accord
- D. Je ne suis pas du tout d'accord

Affirmation 7 :

Tant que le professeur n'arrive pas à gérer la classe, il est difficile d'engager les élèves dans les apprentissages.

- A. Je suis complètement d'accord,
- B. Je suis plutôt d'accord,
- C. Je ne suis pas d'accord
- D. Je ne suis pas du tout d'accord

Affirmation 8 :

L'hétérogénéité des classes est le principal frein à l'enseignement des mathématiques.

- A. Je suis complètement d'accord,
- B. Je suis plutôt d'accord,
- C. Je ne suis pas d'accord,
- D. Je ne suis pas du tout d'accord.

Accompagner l'acquisition de l'autonomie des élèves pas à pas

Je planifie ma réussite

J'identifie ce dont j'ai besoin

**Je prends conscience de ce que je
connais et qui va me servir**

**J'identifie ce que je sais faire et
ce que je ne sais pas faire**

J'identifie ce que j'ai à faire

Je veux m'engager dans les tâches

Temps 2 :

Comment construire des automatismes chez les élèves ?

- ✓ Qu'est-ce qu'un automatisme ?
- ✓ Pourquoi? Quoi ? Quand ? Comment ?
- ✓ Leur place dans les programmes
- ✓ Quelles modalités ?
- ✓ Quelle trace écrite ?
- ✓ Comment les intégrer dans la progression ?
- ✓ Quelle(s) évaluation(s) ?
- ✓ Synthèse
- ✓ Ressources

Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes

Qu'appelle-t-on automatismes en mathématiques ?

« La résolution de problèmes est un cadre privilégié pour développer, mobiliser et combiner plusieurs de ces compétences. Cependant, pour prendre des initiatives, imaginer des pistes de solution et s'y engager sans s'égarer, l'élève doit disposer d'automatismes. Ceux-ci facilitent en effet le travail intellectuel en libérant l'esprit des soucis de mise en œuvre technique et élargissent le champ des démarches susceptibles d'être engagées. L'acquisition de ces réflexes est favorisée par la mise en place d'activités rituelles, notamment de calcul (mental ou réfléchi, numérique ou littéral). Elle est menée conjointement avec la résolution de problèmes motivants et substantiels, afin de stabiliser connaissances, méthodes et stratégies. »

Extrait du programme de seconde

Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes

Atelier 1

En petits groupes, vous allez réfléchir aux moyens de construire des automatismes chez les élèves.

L'un d'entre vous doit être chargé de prendre des notes et il présentera le travail du groupe.

20 minutes

- Pourquoi construire des automatismes ?
- Quoi ? Donner des exemples d'automatismes à acquérir au collège et au lycée.
- Comment ? Quels dispositifs pédagogiques peut-on mettre en œuvre ?
- Quand ? Quelle planification et pour quels objectifs ?



Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes

Synthèse des échanges sur Padlet :

https://padlet.com/iprmath/blasons_automatismes

Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes Les programmes

Extrait du programme du cycle 4 :

À l'issue d'activités rituelles de calcul et de verbalisation de procédures et la résolution de problèmes, menées tout au long du cycle, d'abord dans le cadre numérique, puis dans le cadre algébrique, les élèves doivent avoir mémorisé ou automatisé :

- les règles de calcul sur les nombres relatifs et les fractions, notamment la condition d'égalité de deux fractions (si $ad = bc$, alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ et réciproquement) ;
- les conventions d'écritures du calcul littéral ;
- les formules de distributivité simple et double ;
- l'identité $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$;
- les procédures de résolution d'équations du type $ax = b$ et $a + x = b$.

À l'issue d'activités rituelles de calcul et de verbalisation des procédures et la résolution de problèmes, menées tout au long du cycle, les élèves doivent avoir mémorisé ou automatisé :

- différentes procédures de calcul d'une quatrième proportionnelle ;
- l'allure de la représentation graphique d'une fonction affine ou linéaire ;
- les procédures d'application et de calcul d'un pourcentage ou d'une échelle ;
- les procédures de recherche d'image et d'antécédent d'un nombre par une fonction.

Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes **Quelles modalités ?**

Extrait du document ressource d'accompagnement du programme de mathématiques du cycle 4, « Type de tâches »

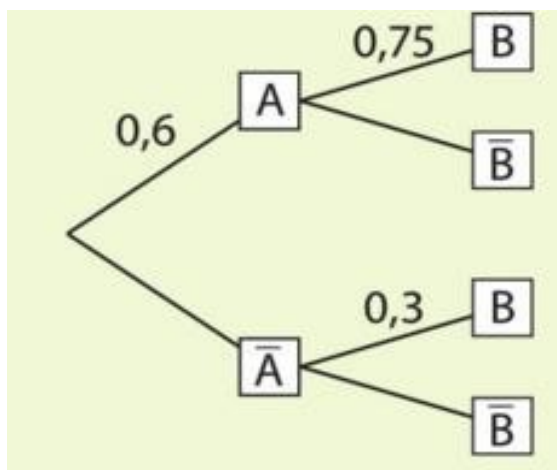
Questions « flash »

La pratique de questions « flash » vise à renforcer la mémorisation de connaissances et l'automatisation de procédures afin de faciliter un travail intellectuel ultérieur par leur mise à disposition immédiate.

Une tâche de ce type relève d'une activité mentale attendue sur un temps court (quelques minutes). Elle peut mobiliser une connaissance, un savoir-faire, un traitement automatique ou réfléchi. Pour être efficaces, les questions flash doivent être proposées de façon régulière, tout au long du cycle, et s'inscrire dans une stratégie d'enseignement qui articule de façon cohérente entraînement, évaluation, remédiation et consolidation. Elles se prêtent à l'utilisation de supports variés : papier, diaporama, enregistrement oral.

Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes

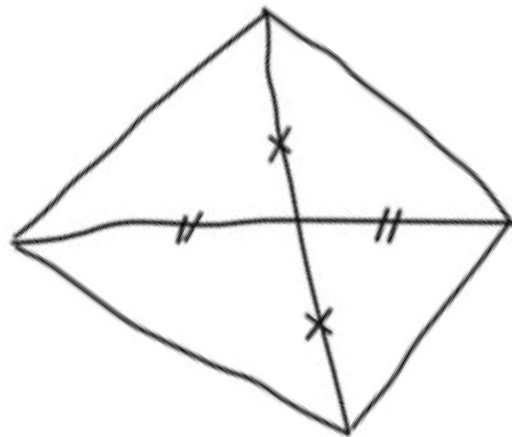
Quelles modalités ?



$$P(A \cap B) = ?$$

Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes Quelles modalités ?

Déterminer, si possible, la nature du quadrilatère :



Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes

Quelles modalités ?

```
4 def flash(x,y):  
5     N = x**2+y**2  
6     if N == 53:  
7         x = "gagné"  
8     else :  
9         x = "perdu"  
10    return(x)  
11
```

Que renvoie
l'instruction
flash(2,7) ?

Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes

Quelles modalités ?

Sur Scratch

Algo n°1 :



Qu'y aura-t-il dans la variable **Nombre** à la fin de ce programme ?

Algo n°2 :



Quelle sera la valeur de **Truc** à la fin de ce programme si on donne 17 au départ ?

En débranché

Algo n°1 :

```

Nombre ← 10
Si Nombre > 0
    alors Nombre ← Nombre + 5
    Nombre ← Nombre × 2
Fin si
    
```

Qu'y aura-t-il dans la variable **Nombre** à la fin de ce programme ?

Algo n°2 :

```

Demander un nombre entier
Truc ← réponse
Si Truc est pair
    alors Truc ← Truc / 2
    sinon Truc ← Truc × 3
    Truc ← Truc + 1
Fin si
    
```

Quelle sera la valeur de **Truc** à la fin de ce programme si on donne 17 au départ ?

Sur Python

Algo n°1 :

```

Nombre=10
if Nombre>0:
    Nombre=Nombre+5
    Nombre=Nombre*2
    
```

Qu'y aura-t-il dans la variable **Nombre** à la fin de ce programme ?

Algo n°2 :

```

Truc=int(input("Saisir un nombre entier"))
if Truc%2==0:
    Truc=Truc/2
else:
    Truc=Truc*3
    Truc=Truc+1
    
```

Quelle sera la valeur de **Truc** à la fin de ce programme si on donne 17 au départ ?

Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes

Quelles modalités ?

En classe :

- L'énoncé est présenté uniquement oralement (non écrit)
- L'énoncé est donné écrit sous forme projetée, lu à voix haute ou pas
- L'énoncé est donné écrit à chaque élève.
- Un temps est laissé pour chaque question
- Un temps global peut être laissé si l'énoncé est donné individuellement

Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes

Quelles modalités ?

Hors la classe :

- Sous forme de diaporama ou de vidéo en ligne
- Sous forme de fiches
- Sous forme de QCM
- Sous forme d'exerciceurs

Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes Quelle trace écrite ?

Automatismes:

$$A = x^2 - 64$$

$$A = (x - 8)(x + 8)$$

$$B = x^2 + 64x$$

$$B = x(x + 64)$$

$$C = (2x - 6)^2$$

$$C = 4x^2 - 24x + 36$$

$$A(-2, 3) \quad B(5, -1)$$

$$x^2 B + x A$$

$$AB = (x^2 B - x A)^2 + (y B - y A)^2$$

$$AB^2 = (5 - -2)^2 + (-1 - 3)^2$$

$$AB^2 = 7^2 + (-4)^2$$

$$AB^2 = 49 + 16$$

$$AB^2 = 65 \quad \text{donc } AB = \sqrt{65}$$

Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes

Quelle trace écrite ?

Séance n° Nombre de réussites	Automatismes du jour			Automatismes et calcul littéral
Séance 1 2.../4	32 2 16 8 4 2 75 1,5 2,5 3,5 4,5 3 2 1	145 28 43 43 1 2 1 0	C ✓ B ✓	$R = \frac{U}{I}$ ✓
Séance 2 3.../4	2700 800 300	-13 ✓	A ✓ F ✓	$v = c \times m$ $v = \frac{m}{c}$
Séance 3 .../4				
Séance 4 .../4				
Séance 5				

Acquisition des automatismes: Le plan de travail ou les parcours fléchés

Qu'est-ce qu'un plan de travail ou un parcours fléché?

Un plan de travail, c'est assez simple, finalement : c'est un parcours d'exercices cohérent et structuré dans lequel l'élève choisit lui-même les exercices qu'il fait.

L'organisation de l'activité en plans de travail ou en parcours fléchés est née d'un besoin d'outils pour gérer l'hétérogénéité des classes : en augmentant l'autodétermination de l'élève, on peut accroître leur motivation et développer leur autonomie.

Il s'agit d'une modalité permettant une différenciation simultanée.

Source: <https://pedagogie.ac-montpellier.fr/differenciation-cooperation-et-autonomie-le-plan-de-travail-en-mathematiques>

Acquisition des automatismes: Le plan de travail ou les parcours fléchés

Les tâches adaptées	Les tâches peu adaptée
Les exercices techniques	Questions flash
Stabilisation de capacités, les automatismes	Cours ?
Jeux mathématiques	Emergence de conceptions nouvelles
Calcul mental Calcul réfléchi	Travaux de formalisation
Travaux de recherche Tâches à prise d'initiative	

Acquisition des automatismes:

Le plan de travail ou les parcours fléchés

APPORTS	LIMITES OU ECUEILS A EVITER
• Donner un sentiment d'autodétermination • Développer l'autonomie des élèves • Gérer l'hétérogénéité des rythmes • Gérer l'hétérogénéité des besoins • Développer la coopération et l'entraide au sein de la classe • Développer des mécanismes d'auto-évaluation • Accroître l'estime de soi • Développer des méthodes de travail qui dépendent moins d'un enseignant • Donner une vision d'ensemble du travail à accomplir • Mettre en évidence les progrès • Faire prendre conscience à chacun du nombre de personnes qui font les mêmes erreurs.	• La collaboration entre les élèves amène de fait une élévation du niveau sonore • Ce n'est pas une panacée : si nous avons mesuré des progrès dans l'implication, les élèves ne sont pas tous récupérés et certains rencontrent aussi des difficultés à rentrer dans des savoir-faire de base • L'auto-correction peut rester superficielle • Certains élèves ont le sentiment que le professeur est moins disponible • Difficulté de récupérer l'attention des élèves à l'issue du plan de travail Ecueils à éviter : • Il faut prendre garde à ne pas ramener l'activité de l'élève exclusivement à des exercices techniques.

Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes Comment les intégrer dans la progression annuelle ?

Atelier 2

Par groupe : comment intégrer dans la progression annuelle de troisième fournie l'apprentissage d'automatismes sur la notion d'équation du premier degré ?

- Quel travail en amont ?
- Quel travail des automatismes lorsqu'on traite ce chapitre ?
- Quel travail sur les automatismes en aval ?

Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes Quelle(s) évaluation(s) ?

Évaluer dans quels buts ?

- Prendre de l'information sur le niveau de maîtrise des automatismes chez les élèves
- Montrer (faire prendre conscience) aux élèves que la réussite est accessible et les progrès possibles
- Acter le fait qu'un automatisme est acquis
- Évaluer la stratégie globale mise en œuvre dans le développement des automatismes

À chaque objectif, ses modalités d'évaluation.

Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes Quelle(s) évaluation(s) ?

Evaluations diagnostiques et formatives :

- Evaluation de la classe en faisant lever la main;
- Auto-évaluation ;
- Une ardoise par personne ;
- Fiche ;
- Des applications :
 - « Plickers » <https://www.youtube.com/watch?v=WYZGR8zkGpc> ;
 - « QCMCam » <http://tice.univ-irem.fr/?p=2064>.

Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes Quelle(s) évaluation(s) ?

Évaluations sommatives

Une idée : transposer régulièrement la forme des évaluations communes en voie technologique (par exemple, dans les devoirs communs).

La banque nationale de sujets (BNS) est accessible à l'adresse :

<http://quandjepasselebac.education.fr/revisions-la-banque-nationale-de-sujets/>

Sujets en deux parties :

- Partie 1 (20 minutes) : sans calculatrice, évaluation des automatismes sous forme de 10 questions sans rédaction (éventuellement QCM)
- Partie 2 (1h40) : avec calculatrice, 3 exercices

Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes

Quelle(s) évaluation(s) ?

	ÉNONCÉ	RÉPONSE
1)	Donner le coefficient multiplicateur correspondant à une diminution de 12 %.	
2)	La concentration de CO ₂ dans l'atmosphère est passée de 400 ppm à 440 ppm sur une période. Calculer, en pourcentage, le taux d'évolution de la concentration de CO ₂ dans l'atmosphère sur cette période.	
3)	Le prix d'un article a augmenté de 10 %, puis a baissé de 10 %. Quelle est l'évolution globale de l'article ?	
4)	Un prix a été augmenté de 10 %, il est passé à 22€. Quel était ce prix avant l'augmentation ?	
5)	Un prix a augmenté de 25 %. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? « Une baisse de 25% permettra de retrouver le prix initial. »	

Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes Quelle(s) évaluation(s) ?

Évaluation de la stratégie annuelle :

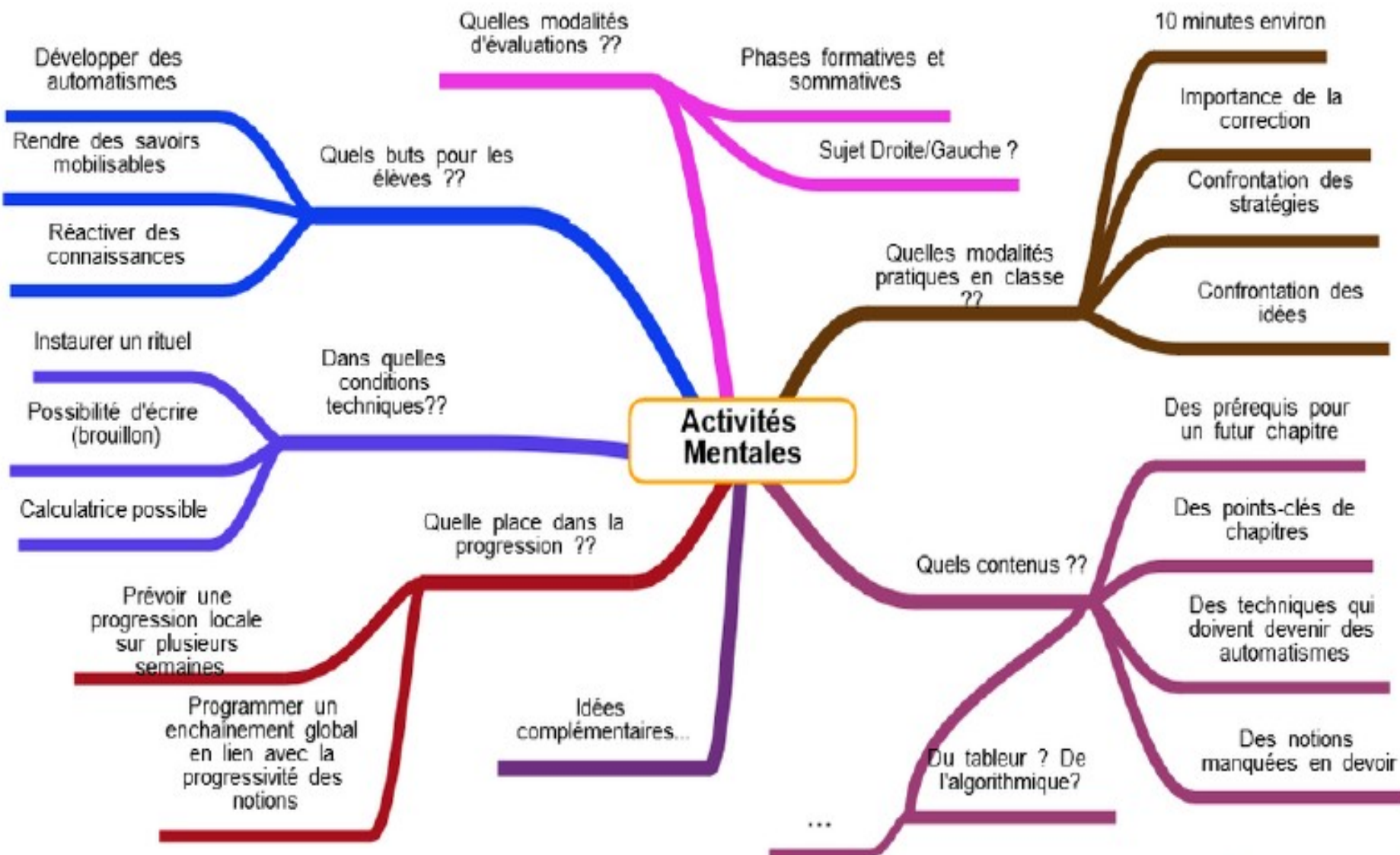
Modalité : test en fin d'année sur les priorités identifiées en début d'année

Objectif : fort taux de réussite

Analyse *a priori* : revoir partiellement la stratégie mise en place cette année pour l'adapter à l'année d'après

Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes

Synthèse



Temps 2 : Apprendre à construire des automatismes

Les ressources

- Automatismes (Document ressource Lycée) :
https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/84/2/RA19_Lyce GT 2-1 MATH Automatismes 1163842.pdf
- Calcul mental :
<http://mathsmentales.net/>
- Exemples de rituels en collège et en lycée :
<http://www.toutatice.fr/portail>
- Site de l'IREM de Clermont-Ferrand :
<http://www.irem.univ-bpclermont.fr/Calcul-Mental-et-Automatismes-en,1306>
- Questions flash et automatismes – Python :
<https://ent2d.ac-bordeaux.fr/disciplines/mathematiques/questions-flash-et-automatismes-python/>

Temps 3 :

**Intervention de M. Karim ZAYANA
Inspecteur général de mathématiques**

Temps 4 :

Focale sur la compétence « Raisonner »

- Présentation et descripteurs**
- Pourquoi démontrer ?**
- La démonstration dans les programmes**

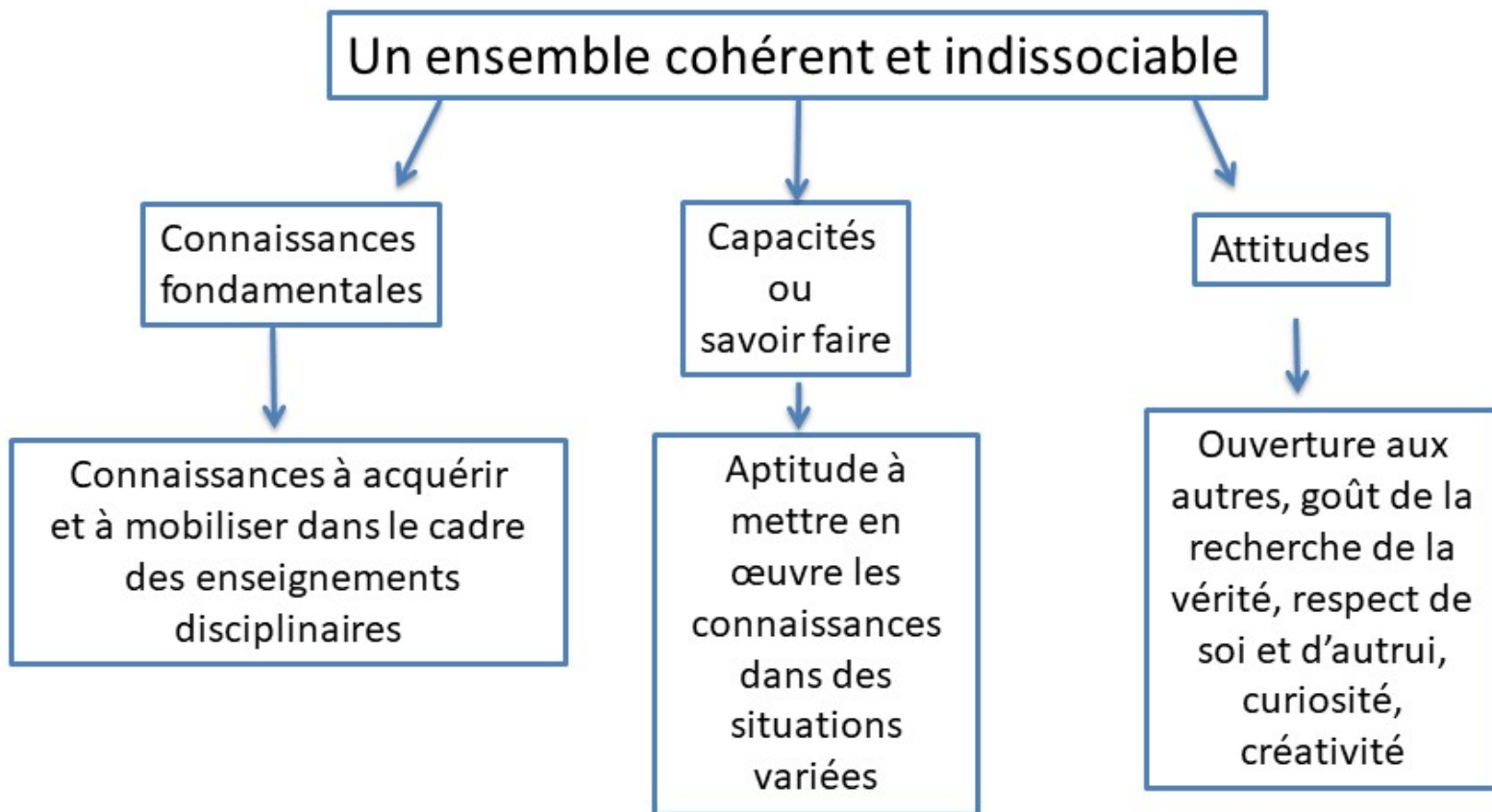
Temps 4 : Focale sur la compétence « Raisonner » Les programmes et documents d'accompagnement

Raisonner

- » Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs variées (géométriques, physiques, économiques) : mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter ses erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions.
- » Mener collectivement une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.
- » Démontrer : utiliser un raisonnement logique et des règles établies (propriétés, théorèmes, formules) pour parvenir à une conclusion.
- » Fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation.

Domaines du socle : 2, 3, 4

Qu'est ce qu'une compétence? C'est un savoir agir réfléchi



Maîtriser une compétence, c'est pouvoir mobiliser et réinvestir des connaissances, des capacités et des attitudes afin d'atteindre un objectif précis dans une situation donnée

Temps 4 : Focale sur la compétence « Raisonner » Les programmes et documents d'accompagnement

Raisonner, c'est...

Utiliser les notions de logique pour bâtir un raisonnement

Démontrer en utilisant différents types de raisonnement

Conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture

Trouver des résultats partiels et les mettre en perspective

Temps 4 : Focale sur la compétence « Raisonner »

Les programmes et documents d'accompagnement

« La résolution de problèmes est un cadre privilégié pour développer, mobiliser et combiner plusieurs de ces compétences. Cependant, pour prendre des initiatives, imaginer des pistes de solution et s'y engager sans s'égarer, l'élève doit disposer d'automatismes. Ceux-ci facilitent en effet le travail intellectuel en libérant l'esprit des soucis de mise en œuvre technique et élargissent le champ des démarches susceptibles d'être engagées. L'acquisition de ces réflexes est favorisée par la mise en place d'activités rituelles, notamment de calcul (mental ou réfléchi, numérique ou littéral). Elle est menée conjointement avec la résolution de problèmes motivants et substantiels, afin de stabiliser connaissances, méthodes et stratégies ».

Préambule du programme de seconde

Temps 4 : Focale sur la compétence « Raisonner »

Explicitation des descripteurs

Je sais établir une conjecture mais je ne sais pas ce qu'il faut démontrer.

Je sais établir une conjecture et je sais ce qu'il faut démontrer, mais je ne sais pas mobiliser de façon efficace mes connaissances pour résoudre le problème.

Je sais ce qu'il faut démontrer, je suis capable de mobiliser mes connaissances, je maîtrise différentes méthodes pour résoudre le problème, mais mon argumentation manque de rigueur car je ne maîtrise pas encore certains raisonnements logiques.

Je sais ce qu'il faut démontrer, je suis capable de mobiliser mes connaissances, je maîtrise différentes méthodes et différents types de raisonnement logique pour analyser et résoudre le problème en argumentant de manière rigoureuse.

Temps 4 : Focale sur la compétence « Raisonner » Pourquoi démontrer ?

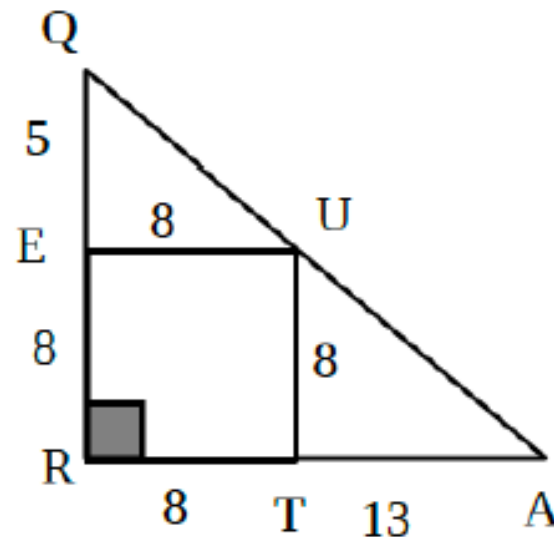
Atelier 3

La figure ci-contre n'est pas construite en vraie grandeur.

Le point E appartient au segment [QR].

Le point T appartient au segment [RA].

Les points Q, U et A sont-ils alignés ?



Temps 4 : Focale sur la compétence « Raisonner » Pourquoi démontrer ?

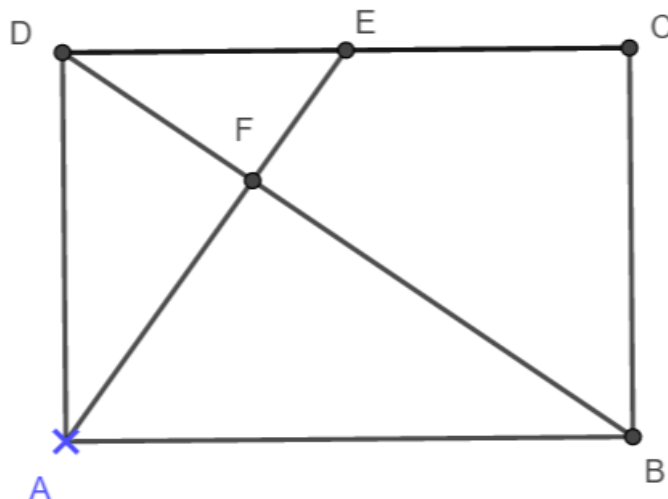
En groupes, échanger sur les réponses possibles aux questions suivantes :

- Quels sont les objectifs visés ?
- Quel scénario pédagogique pouvez-vous imaginer autour de cette activité ?
- Quelles activités TICE sont possibles en rapport avec cette activité ?
- Quel travail personnel de l'élève attendez-vous ? Quelle évaluation de ce travail proposez-vous ?
- Quelles pratiques professionnelles favorisant les apprentissages imaginez-vous ?

Temps 4 : Focale sur la compétence « Raisonner » Pourquoi démontrer ?

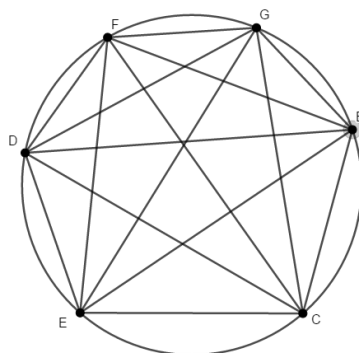
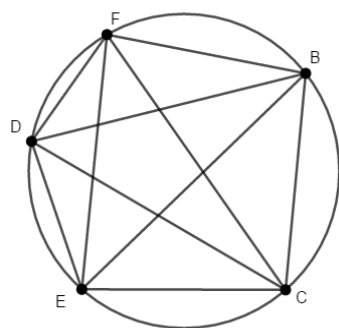
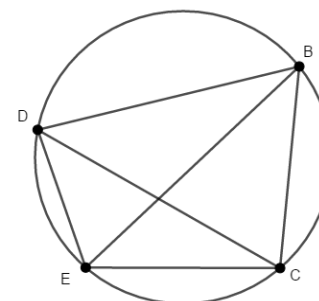
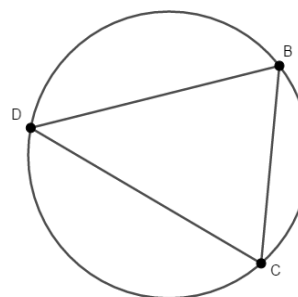
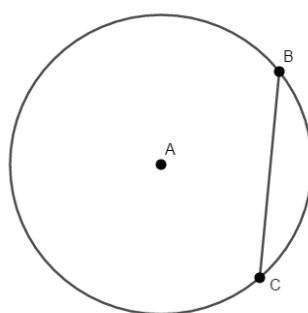
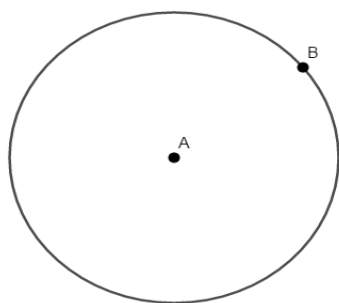
1^{er} énoncé : pour tout entier n entier naturel, $n^2 + n + 41$ est un nombre premier.

2^e énoncé : ABCD est un rectangle de dimensions 19,8 et 14 cm. E est le milieu du segment [DC]. Que peut-on dire des droites (DB) et (AE) ? Justifier



Temps 4 : Focale sur la compétence « Raisonner » Pourquoi démontrer ?

3^e énoncé : On place n points sur un cercle (avec n entier naturel supérieur ou égal à 1). Comment de régions les cordes entre ces n points forment-elles à l'intérieur du cercle ?



Temps 4 : Focale sur la compétence « Raisonner » La démonstration dans les programmes

Rapport Villani-Torossian :

<https://eduscol.education.fr/390/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques>



Le cours

Rééquilibrer les séances d'enseignement de mathématiques: redonner leur place

- au cours structuré et à sa trace écrite ;
- à la notion de preuve ;
- aux apprentissages explicites.

Temps 4 : Focale sur la compétence « Raisonner » La démonstration dans les programmes

Programme de cycle 4 et : *Il est attendu de démontrer au moins une propriété du calcul fractionnaire en utilisant le calcul littéral et la définition du quotient.*

Repère de progression du cycle 4 :

Au moins une des propriétés suivantes est démontrée, à partir de la définition d'un quotient :

$$\bullet \frac{ab}{ac} = \frac{b}{c}$$

$$\bullet a \frac{b}{c} = \frac{ab}{c}$$

$$\bullet \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\bullet \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Temps 4 : Focale sur la compétence « Raisonner » La démonstration dans les programmes

Il est possible, à ce niveau, de se limiter à des exemples à valeur générique. Cependant, le professeur veille à spécifier que la vérification d'une propriété, même sur plusieurs exemples, n'en constitue pas une démonstration.

Exemple de calcul fractionnaire permettant de démontrer que

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$$

On commence par calculer $\frac{2}{3} \times 15$:

$$\frac{2}{3} \times 15 = \frac{2}{3} \times 3 \times 5.$$

La définition du quotient permet de simplifier par 3, puisque $\frac{2}{3}$ est le nombre qui, multiplié par 3, donne 2.

$$\text{Donc } \frac{2}{3} \times 15 = 2 \times 5 = 10.$$

Par définition du quotient, il vient donc $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$, puisque $\frac{2}{3}$ multiplié par 15 donne 10.

Temps 4 : Focale sur la compétence « Raisonner » La démonstration dans les programmes

En seconde :

- Le nombre rationnel $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal
- Le nombre $\sqrt{2}$ est irrationnel
- Pour une valeur numérique de a , la somme de deux multiples de a est un multiple de a .
- Le carré d'un nombre impair est impair.
- Quels que soient les réels positifs a et b , on a $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$
- Si a et b sont des réels strictement positifs, $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$
- Pour a et b réels positifs, illustration géométrique de l'égalité
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
- Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.

Temps 4 : Focale sur la compétence « Raisonner » La démonstration dans les programmes

- Le projeté orthogonal du point M sur une droite Δ est le point de la droite Δ le plus proche du point M .
- Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.
- Le projeté orthogonal du point M sur une droite Δ est le point de la droite Δ le plus proche du point M .
- Relation trigonométrique $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$ dans un triangle rectangle.
- En utilisant le déterminant, établir la forme générale d'une équation de droite.
- Étudier la position relative des courbes d'équation $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$, pour $x \geq 0$.
- Variations des fonctions carré, inverse, racine carrée.

Temps 4 : Focale sur la compétence « Raisonner » La démonstration dans les programmes

Atelier 4

Dans la liste précédente, est mentionnée la démonstration de l'irrationalité de racine de 2.

En groupes, échanger sur les réponses possibles aux questions suivantes :

- Quels sont les objectifs visés ?
- Quel scénario pédagogique pouvez-vous imaginer autour de cette activité ?
- Quelles activités TICE sont possibles en rapport avec cette activité ?
- Quel travail personnel de l'élève attendez-vous ? Quelle évaluation de ce travail proposez-vous ?
- Quelles pratiques professionnelles favorisant les apprentissages imaginez-vous ?

Temps 4 : Focale sur la compétence « Raisonner » La démonstration dans les programmes

Énoncé 1 : est-ce que $\sqrt{2}$ est égal à 1,41 ?

Énoncé 2 : La calculatrice affiche 1,414213562 lorsqu'on tape $\sqrt{2}$.
Est-ce le cas ?

Énoncé 3 : Je trace un carré de côté 12.

- a) Calculer la valeur exacte de la longueur de la diagonale de ce carré.
- b) Mesurer la diagonale du carré.
- c) Est-ce que $\sqrt{2}$ est égal à $17/12$?

Temps 4 : Focale sur la compétence « Raisonner » La démonstration dans les programmes

Autres idées :

1) encadrer racine(2) par des rationnels

A	B
a	b
1	2
1 1/3	1 1/2
1 2/5	1 3/7
1 7/17	1 5/12
1 12/29	1 17/41
1 41/99	1 29/70
1 70/169	1 99/239
1 239/577	1 169/408

On utilise l'égalité :

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{1 + \sqrt{2}}$$

2) encadrer racine(2) par des décimaux

Recours à un script Python avec méthode par balayage ou dichotomie

Temps 4 : Focale sur la compétence « Raisonner » La démonstration dans les programmes

3) Énoncés plus guidés ou à différencier

Pour démontrer que $\sqrt{2}$ est un nombre irrationnel, nous allons supposer que nous faisons fausse route et qu'il est rationnel et voir jusqu'où cela nous mène.

Supposons que $\sqrt{2}$ est un nombre rationnel. Il peut donc s'écrire sous forme d'une fraction irréductible $\frac{p}{q}$ où p et q sont des entiers naturels non nuls.

(a) En utilisant l'égalité $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$, montrer que $p^2 = 2 \times q^2$.

(b) Suivant le dernier chiffre de p , quel est le dernier chiffre de son carré ? Compléter le tableau suivant :

Dernier chiffre de p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Dernier chiffre de p^2										

(c) Suivant le dernier chiffre de q , quel est le dernier chiffre de $2 \times q^2$? Compléter le tableau suivant :

Dernier chiffre de q	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Dernier chiffre de $2 \times q^2$										

(d) En supposant que l'égalité $p^2 = 2 \times q^2$ est vraie, quelle est la seule possibilité pour le dernier chiffre de ces deux nombres ?

(e) Dans ce cas, par quel chiffre se termine p et par quels chiffres peut se terminer q ?

(f) La fraction $\frac{p}{q}$ est elle irréductible ?

(g) Conclure.