

## EXPERIMENTATIONS DE LOGICIELS EXERCISEURS

<u>Thème</u>	Factorisation, équation, inéquation, résolution de problèmes
<u>Niveau</u>	Seconde
<u>Logiciels</u>	Exerciseurs : <i>Mathenpoche</i> <sup>i</sup> , <i>Aplusix</i> <sup>ii</sup>  Logiciels de géométrie dynamique : <i>Géogébra</i> ou <i>Géoplan</i>
<u>Problèmes proposés</u>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Construction d'un rectangle de périmètre et d'aire donnés</li> <li>2) Recherche du minimum d'une fonction du second degré</li> <li>3) Construction d'un triangle rectangle connaissant l'hypoténuse et le périmètre.</li> </ol>
<u>Compétences évaluées</u>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Factorisation d'une expression algébrique en produits de deux facteurs du premier degré : reconnaître un facteur commun ou une identité remarquable</li> <li>- Résolution d'une équation ou d'une inéquation se ramenant à un problème du premier degré.</li> </ul>
<u>Insertion dans la progression</u>	Les élèves ont étudié auparavant les chapitres : généralités sur les fonctions, fonction affine, fonction carré, développement et simplification d'une expression algébrique.

### 1) ENTRAINEMENTS AUX TECHNIQUES DE FACTORISATION AVEC MATHENPOCHE 3<sup>ème</sup>

#### 1) Le logiciel Mathenpoche 3<sup>ème</sup>

*Mathenpoche 3<sup>ème</sup>* présente un ensemble d'exercices à réaliser sur ordinateur. Il est utilisable en ligne.

Dix niveaux d'exercices sont proposés selon une progression : des plus simples, expressions purement numériques (uniquement des nombres), aux plus compliqués : expressions littérales nécessitant dans un même exercice l'utilisation de plusieurs techniques de factorisation.



- En module et en Aide Individualisée : exercices d'entraînement avec le logiciel **Mathenpoche 3<sup>ème</sup>**.

### 3) Compte rendu de la séance avec Mathenpoche

#### Objectifs de la séance

Evaluer sur diverses situations les acquis des élèves sur des techniques opératoires mises en jeu lors d'une factorisation. Avoir une vision des compétences et des incompétences. Repérer, élève par élève, les difficultés rencontrées, apporter une aide personnalisée.

#### Déroulement de la séance

Les élèves avaient la consigne de faire les exercices de **Mathenpoche 3<sup>ème</sup> – chapitre 2)- Calcul littéral, équations – Factorisation - à partir du niveau 3,  $(a + b)^2 \dots$**

Certains élèves ont demandé de pouvoir démarrer au niveau 1. L'accord est donné, mais la consigne est de passer au niveau suivant dès qu'ils ont réussi un exercice. Au cours de la séance la plupart des élèves ont demandé l'aide du professeur.

Petit à petit, on constate que des matchs entre l'ordinateur et les élèves s'instaurent. Le professeur est considéré du côté de l'élève, en soutien. L'aspect un peu ludique et l'affichage d'un score y est certainement pour quelque chose. Mais il n'y a pas de compétition excessive entre les élèves : certains s'entraident.

Les élèves ont été actifs jusqu'à la fin de la séance, chacun progressant à son rythme. La plupart sont passés du niveau 3 au niveau 5 ou 6, soit 12 à 16 exercices, ce qui est supérieur à ce que l'on peut faire sur papier.

Le score qui s'affiche permet au professeur de faire une évaluation sommative du travail des élèves et de mesurer la rapidité d'avancement du travail.

#### Bilan

Il n'y a pas eu de problème dû au logiciel qui est de bonnes qualités technique et mathématique. La présentation soignée de Mathenpoche aide à la compréhension. L'écriture des expressions ne pose pas de problème en général. A noter toutefois, dans certains cas de mise en facteur, l'impossibilité d'utiliser un double parenthésage ou de rajouter un facteur supplémentaire comme par exemple 2, quand tous les nombres sont pairs.

L'observation des élèves pendant leur travail a permis de repérer l'origine de certaines erreurs ainsi que des situations de blocage.

- Connaissance des nombres. Pour reconnaître une identité remarquable il faut décomposer 64 en  $8 \times 8$  ou voir que  $1 = 1^2$ . L'élève ne peut continuer. Sa calculatrice ne lui apporte aucun secours.
- Maîtrise des opérations : certains élèves ont pris la mauvaise habitude de faire les calculs, même élémentaires, en se servant de leur calculatrice. On se trompe en faisant  $5 - 7$ . Les expressions sont simplifiées abusivement sans respecter la priorité des opérations :  $1 + 2x$  devient  $3x$ . Pour simplifier une expression avec parenthèses, on utilise la règle de la distributivité avec une addition à la place de la multiplication.
- Passage du modèle théorique à l'application. Mettre en facteur une expression est parfois un problème. On ne prend l'expression que dans un seul des termes, contrairement au modèle

théorique présenté. On oublie des mettre des parenthèses quand on factorise ou lorsque il y a une soustraction. Une multiplication devient une addition.

Dans tous ces cas de difficultés, l'intervention du professeur reste indispensable, une reprise de l'exercice au tableau est souvent utile. Un élève livré à lui-même au bout d'un moment « zappera » l'exercice pour obtenir la réponse donnée par le logiciel qu'il ne comprendra pas forcément.

On peut regretter d'être enfermé dans des types d'activités prédéfinies, très guidées mais sûrement utiles pour la plupart des élèves. On est ici à la limite de l'intérêt de ce type de logiciels. De plus ce logiciel répond aux exigences du programme de 3<sup>ème</sup> et ne permet donc pas certains types d'activités du programme de seconde.

### Démarche de recherche, part de l'expérimental

Avec ce type d'activités, peut-on aborder une quelconque démarche expérimentale ? La réponse est évidemment non pour la simple raison que la démarche est totalement guidée. Il n'y a pas de possibilité de prise d'initiative, de conjecturer, de mobiliser diverses connaissances pour résoudre un problème. Le but est d'acquérir des techniques opératoires qui font souvent défaut à une majorité d'élèves.

## **II) RESOLUTION DE PROBLEMES AVEC APLUSIX II**

### **1) Le logiciel**

*Aplusix II* est un logiciel d'aide à l'apprentissage de l'arithmétique et de l'algèbre. C'est un éditeur d'expressions numériques ou algébriques qui vérifie l'équivalence des expressions et qui signale les erreurs de calcul ou de transformations d'équations. Il permet de s'entraîner aux techniques opératoires, à la transformation d'expressions, à la résolution d'équations ou d'inéquations se ramenant au premier degré. Ce logiciel est plutôt destiné aux élèves de collège, on ne pourra donc pas traiter tous les types d'exercices de la classe de seconde.

Il a été conçu pour fonctionner en réseau avec identifiant et mot de passe. Il propose une base d'exercices (calculs numériques, équations, inéquations, systèmes linéaires d'équations) organisée selon trois critères :

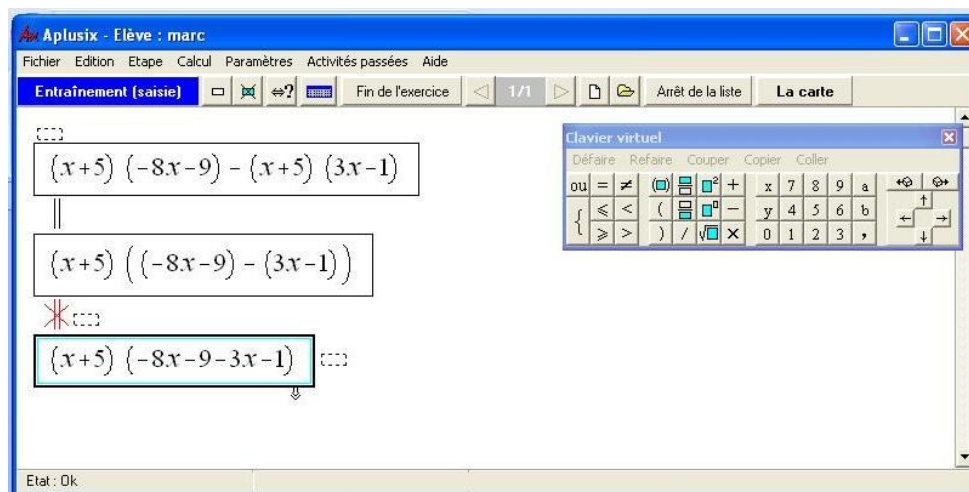
- modes : test ou entraînement
- types d'activités : calculer, développer-réduire, factoriser, résoudre
- niveaux de difficultés.

L'élève a le choix, soit d'utiliser la base d'exercices livrée avec le logiciel, soit d'ouvrir des exercices rédigés par le professeur à l'aide de l'éditeur d'exercices fourni avec le logiciel, soit de saisir son exercice (expressions et type).

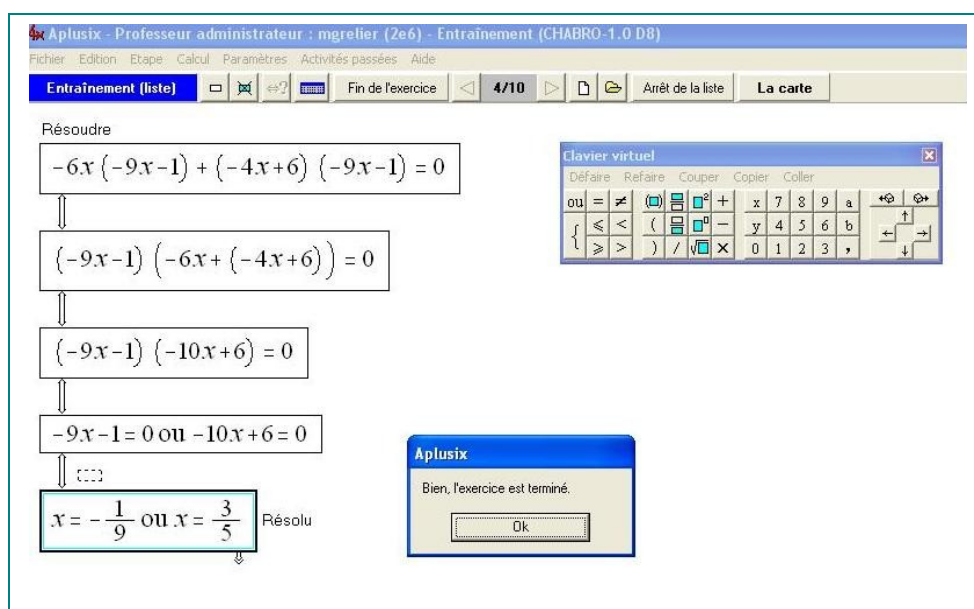
La démarche de l'élève est libre. Le logiciel vérifie si les calculs sont exacts, si les expressions sont équivalentes et si l'exercice est résolu. Les solutions sont comparées soit aux solutions calculées par le logiciel, soit aux solutions fournies par le concepteur de l'exercice, à condition de rester dans le champ d'activités traitées par le logiciel. Par exemple le logiciel ne sait pas résoudre des équations du second degré dans le cas général.

Un mode éditeur permet de créer des exercices ou des problèmes selon les quatre types prédéfinis. On peut ajouter des commentaires, des solutions, rédiger un problème. Aplusix peut donner les solutions et le score réalisé.

Voici deux exemples ci-dessous. Dans le premier exemple, un exercice de factorisation, le logiciel signale une erreur par une croix lors de l'écriture de la 3<sup>ème</sup> expression.



Dans le deuxième exemple le logiciel certifie que l'exercice est bien résolu.



Un intérêt de cet exerciceseur est que l'élève n'est pas guidé dans sa démarche de résolution. Il effectue les calculs de son choix, avec les étapes de son choix. Aplusix signale les erreurs et si

L'exercice est résolu ou non terminé (bouton *Fin de l'exercice* qui déclenche l'analyse de la réponse proposée).

Contrairement à Mathenpoche, Aplusix n'enseigne pas les règles et les méthodes.

## 2) Compte rendu d'une séance avec Aplusix

### Insertion de la séance dans la progression

Une séance sur cahier d'exercices de résolution de problèmes à l'aide de mises en équations a eu lieu au préalable. Les élèves ont été confrontés à la question « comment traduire un énoncé à l'aide d'équations ou d'inéquations : choix des inconnues, mise en équations des hypothèses, domaine de définition, méthodes de résolution, conclusion ... ».

Les élèves ont eu l'occasion d'utiliser leur calculatrice et un logiciel de géométrie dynamique pour étudier une fonction ou réaliser une construction géométrique.

### Objectif de la séance

Mettre les élèves dans une situation de recherche et de démarche expérimentale en leur proposant un problème à résoudre nécessitant une mise en équation et une résolution d'équations par développement ou factorisation.

Utiliser une calculatrice ou un logiciel de géométrie dynamique pour élaborer des conjectures.

### Déroulement de la séance

La prise en main du logiciel Aplusix avait été faite lors d'une précédente séance : saisir une expression, exposant, quotient, racine carré, signes d'inégalité ; et, ou pour écrire les solutions ; fin de l'exercice (avec les possibilités : pas de solution ou tous les nombres réels ...) ; créer, annuler des étapes de calcul, duplication d'une expression ...

Puis les élèves devaient résoudre avec l'aide du logiciel Aplusix le problème suivant :

***Peut-on construire un triangle rectangle ayant pour hypoténuse 20 et pour périmètre 48 ?***

Aplusix permet de rédiger des problèmes comportant plusieurs questions comme on peut le voir ci-dessous.

Aplusix - Professeur administrateur : mgrelier (2e6) (... \Exerciseurs\Pb1\_ Aplus6.exe)

Fichier Edition Etape Calcul Paramètres Activités passées Aide

Entraînement (liste) Fin du problème 1/1 Arrêt de la liste La carte

**Un problème de construction**  
 Peut-on construire un triangle rectangle ayant pour hypoténuse 20 et pour périmètre 48 ?

Partie A  
 Mise en équation du problème

1) Dessiner un triangle rectangle en A, de périmètre quelconque et d'hypoténuse égale à 20.  
 On note  $x$  la longueur d'un côté de l'angle droit. Quelle est la plus grande valeur possible de  $x$  ?

2) Dans le cas où le périmètre de ABC est égal à 48, écrire une équation (1) d'inconnue  $x$  ?

Partie B  
 Résolution de l'équation (1)

1) Factoriser  $x^2 - 28x + 196$ .

Factoriser

$x^2 - 28x + 196$  FIN

---

2) Factoriser  $(x-14)^2 - 4$

Factoriser

$(x-14)^2 - 4$  FIN

---

3) En vous servant des deux premières questions, résoudre l'équation  $x^2 - 28x + 192 = 0$ .

4) Donner une réponse au problème posé.

Résoudre

$x^2 - 28x + 192 = 0$

### Bilan de la séance

Les élèves les plus rapides sont arrivés à trouver les solutions. Pour les autres, certains ont buté (une fois de plus) sur l'utilisation d'une identité remarquable (question B-1 ou question B-2). C'est souvent le choix de la méthode à utiliser qui pose le plus de problème car la technique, une fois la méthode reconnue, semble à peu près maîtrisée (dans des cas simples) à ce moment là de la progression.

On peut constater, outre les difficultés d'analyse, que la différence entre les élèves qui arrivent à résoudre les questions sans aide (il y en a) et les autres, se situe souvent dans la capacité à faire des liens (recherche) entre leurs savoir-faire et le problème qui est posé. Quand les élèves sont guidés dans leur démarche par de nombreuses questions, cette difficulté évidemment s'estompe, ce qui pourrait laisser croire que l'élève est en mesure de résoudre des problèmes.

La présence d'un tuteur qui stimule l'activité mentale des élèves par des questions appropriées peut-être déterminante pour la construction progressive de schémas mentaux indispensables à l'activité mathématique proposée. L'utilisation d'un exerciceur libère par moments le professeur de la gestion du groupe et facilite donc des dialogues plus personnalisés avec les élèves.

### Démarche de recherche, part de l'expérimental

Dans cette activité, il est peut être intéressant de demander aux élèves d'utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour réaliser les figures. En effet, celui-ci peut aider par expérimentations à conjecturer la valeur maximale de la longueur  $x$ .

Aplusix laisse l'élève libre de sa démarche. L'élève peut donc partir sur des pistes qui n'aboutissent pas, tout en étant sûr que l'erreur ne provient pas de fautes de calcul. Car Aplusix contrôle la justesse des calculs ou des équivalences des équations pas à pas. L'élève peut donc se concentrer sur sa démarche (méthode), revenir en arrière s'il le faut (annuler l'étape) pour repartir sur une autre idée de résolution. En ce sens on peut dire que Aplusix est un outil qui facilite une démarche de recherche.

Proposer des activités de recherche expérimentale est donc utile aux élèves pour les aider à structurer leurs pensées en leur permettant par des allers-retours (du type essai-erreur) de se construire des repères et des savoir-faire. Mais on se rend compte que pour réussir cela, il faut donner aux élèves suffisamment de temps pour chercher, ce qui est une difficulté avec l'organisation de cours forcément en temps limité.

L'évaluation des compétences peut être effectuée avec Aplusix grâce au mode test en temps limité qui attribue un score à l'élève.

### 3) Un problème de recherche du minimum d'une fonction du second degré

The screenshot shows the Aplusix software interface. The title bar reads "Aplusix - Professeur administrateur : mgrelier (2e6) (...\\Exerciseurs\\Pb\_Minimum\_f\_Aplus6.exe)". The menu bar includes "Fichier", "Edition", "Etape", "Calcul", "Paramètres", "Activités passées", and "Aide". The toolbar contains buttons for "Entraînement (liste)", "Fin du problème", "1/1", "Arrêt de la liste", and "La carte".

**Minimum**  
Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = 16x^2 + 16x - 21$$

1) Avec votre calculatrice ou un logiciel adapté, représenter graphiquement la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-2; 1]$ . Conjecturer l'existence d'un minimum pour la fonction  $f$  sur  $[-2; 1]$ .

1) Résoudre l'inéquation d'inconnue  $x$ ,  $f(x) + 25 > 0$ .

2) En déduire que  $f$  admet un minimum sur  $\mathbb{R}$ , ensemble des nombres réels. Préciser en quelle valeur de  $x$  il est atteint.

Résoudre

---

**Intersection avec les axes.**  
Montrer que la courbe représentative de  $f$  par rapport à un repère coupe l'axe des abscisses en deux points que l'on précisera.  
Ecrire l'équation qui permet de trouver les abscisses  $x$  des points d'intersection avec l'axe des abscisses.  
Pour la résolution, on pourra utiliser les calculs des questions précédentes.

Ecrire l'équation

### 4) Un problème de construction d'un rectangle d'aire et de périmètre donnés



**Entraînement (liste)** Fin du problème **1/1** Arrêt de la liste **La carte**

**Rectangle de périmètre et d'aire donnés.**  
 Peut-on construire un rectangle de demi-périmètre égal à 16 cm et d'aire égale à 59 cm<sup>2</sup> ?

On note  $x$  la mesure d'un côté d'un tel rectangle.

1) Quelles valeurs peut prendre  $x$  ?

2) Ecrire une équation (1) d'inconnue  $x$  qui traduit le problème.

3) Montrer que l'équation (1) est équivalente à l'équation (2) :  
 $x^2 - 16x + 64 = 5$  (2)

4) Factoriser  $x^2 - 16x + 64$

---

5) Résoudre l'équation :  
 $x^2 - 16x + 64 = 5$  (2)

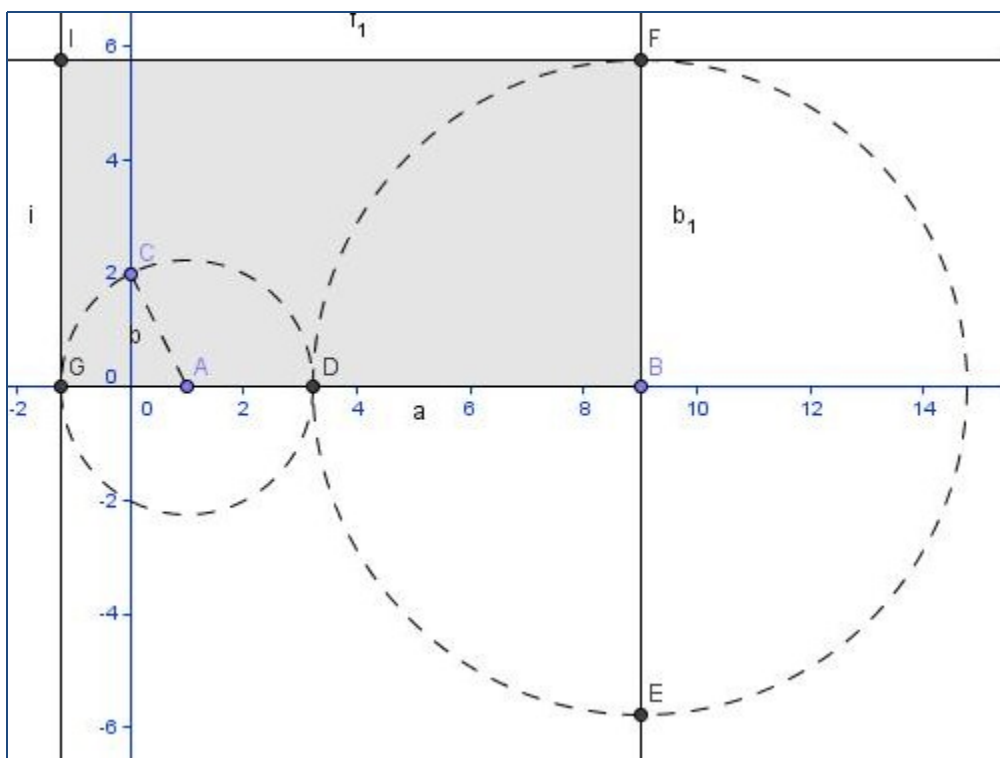
---

6) En déduire les solutions de l'équation (1)

7) Calculer l'hypoténuse d'un triangle rectangle ayant pour côtés 1 et 2. En déduire la construction à la règle, au compas et à l'équerre d'un rectangle solution du problème.

Réponse :

La construction de la solution avec Geogebra : rectangle GBFI.



*Marc Grelier*  
*Académie de Lyon*

i Mathenpoche version en ligne :

<http://mathenpoche.sesamath.net/3eme/pages/menu.html>

ii Aplusix II version réseau : Les Editions Archimède <http://aplustix.image.fr>