

Prénom et nom :

NOTE :

Analyse de la copie :

Thèmes évalués	Référence de l'exercice	Niveau de maîtrise			
		TS	S	F	I
Manipuler les nombres réels :	Ex n° 1 ; ex n° 7	TS	S	F	I
Utiliser les pourcentages :	Ex n° 2	TS	S	F	I
Etude de fonctions et résolution graphique d'équations ou d'inéquations :	Ex n° 3 ; ex n° 5 ou ex n° 8	TS	S	F	I
Utiliser le calcul littéral :	Ex n° 1 ; ex n° 4 ou ex n° 6	TS	S	F	I

Partie commune (12 points)

Exercice 1 (5 points) Répondre par VRAI ou FAUX pour chaque affirmation et justifier clairement votre réponse. *En l'absence de justification, aucun point ne sera accordé.*

Affirmation n° 1 : Dans un repère orthogonal, le milieu du segment $[AB]$, avec $A(1; 2)$ et $B(3; -5)$, a pour coordonnées $(2; -1,5)$.

Affirmation n° 2 : Le nombre $\frac{2}{25}$ n'est pas un nombre décimal.

Affirmation n° 3 : L'équation $|x - 4| = 2$ a une seule solution : $x = 6$.

Affirmation n° 4 : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$.

Affirmation n° 5 : Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x^2 + 16 = (x - 4)(x + 4)$.

Affirmation n° 6 : La fonction définie sur \mathbb{R} , par $x \mapsto 3x + 2$ est une fonction linéaire.

Exercice 2 (3 points) Le système d'exploitation de son téléphone a permis à Arnaud de constater que, parmi toutes les notifications qu'il reçoit par jour, il peut les classer en trois catégories selon la répartition suivante :

Catégorie n° 1 : un quart des notifications concernent des SMS ;

Catégorie n° 2 : 35% des notifications concernent proviennent des réseaux sociaux ;

Catégorie n° 3 : le reste des notifications concernent des annonces d'applications commerciales et des MMS. Il sait également que parmi les notifications de la catégorie n° 3, 40% concernent des MMS.

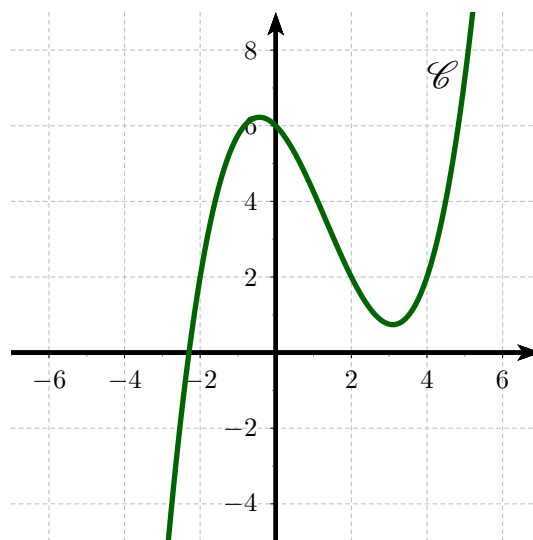
1. Quel est le pourcentage de notifications de la catégorie n° 3 ?
2. Quel est le pourcentage de MMS reçus par rapport à la totalité des notifications reçues ?
3. Arnaud décide de s'inscrire sur un réseau social supplémentaire. Son nombre de notifications journalières est passé de 21 à 28. Quel est le taux d'évolution (en pourcentage) associé à cette augmentation ? On arrondira le résultat à 10^{-1} près (en pourcentage).
4. Il constate également que depuis son inscription sur ce nouveau réseau social, le nombre de notifications reçues pour les SMS a baissé de 23%. Quel est le coefficient multiplicateur associé à cette évolution ?

Exercice 3 (4 points)

On étudie la fonction f définie pour tout $x \in [-6; 6]$ par

$$f(x) = \frac{x^3}{4} - x^2 - x + 6$$

On note \mathcal{C} sa courbe représentative (voir graphique ci-dessous).



1. Par calcul, déterminer l'image de 1 par la fonction f .
2. Graphiquement, déterminer l'image de 0 par la fonction f .
3. Graphiquement, déterminer le nombre de solution(s) de l'équation $f(x) = 0$?
4. Tracer sur le graphique ci-dessus la droite d'équation $y = 2$.
5. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 2$.

Parcours A (4 points) - Note maximale : 16/20

Exercice 4 (2 points)

1. Développer l'expression $(5x + 1)^2$
2. Résoudre l'inéquation $2x - 5 > 5x + 2$

Exercice 5 (2 points) Dans cet exercice, on utilise la calculatrice graphique. *Aucune justification n'est demandée.*

On s'intéresse à la fonction f définie pour tout $x \in [-5; 5]$ par $f(x) = x^2 + \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$. On note \mathcal{C} sa courbe représentative.

1. Donner l'équation de la courbe \mathcal{C} (sous la forme $y = \dots$)
2. A l'aide de la calculatrice, résoudre l'inéquation $f(x) \leq 0$ (donner la solution sous la forme d'un intervalle)

Parcours B (9 points) - Note maximale : 21/20

Exercice 6 (3 points)

1. Factoriser l'expression $(x - 4)(2x - 2) - 5x(x - 4)$
2. Résoudre l'inéquation $-6x + 3 < -x - 2$
3. Résoudre l'équation $(x - 3)^2 - 100 = 0$

Exercice 7 (1 point) Prouver que $\frac{3}{7}$ n'est pas un nombre décimal.

Exercice 8 (5 points) On étudie les deux fonctions f et g définies pour tout $x \in [-3; 3]$ par

$$f(x) = (x - 2)^3 \quad \text{et} \quad g(x) = 4 - x^2.$$

1. Une seule de ces deux fonctions est paire, laquelle? *Justifiez clairement votre réponse.*
2. À l'aide de votre calculatrice (graphique et/ou tableur), résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ et l'inéquation $f(x) \leq g(x)$ sur l'intervalle $[-3; 3]$. *Aucune justification n'est demandée, la réponse est donnée sous forme de valeur(s) numérique(s) ou d'intervalle(s).*
3. Le point A , d'abscisse 3, appartient à la courbe représentative de la fonction f et le point B , d'abscisse 1, appartient à la courbe représentative de la fonction g . Calculer la distance AB (arrondir à 10^{-2} près). *Justifiez clairement votre méthode.*

Corrigé Ex 1 :

Affirmation n° 1 : VRAI. Le milieu du segment $[AB]$, avec $A(1; 2)$ et $B(3; -5)$, a pour coordonnées

$$\left(\frac{1+3}{2}; \frac{2+(-5)}{2} \right) = (2; -1,5).$$

Affirmation n° 2 : FAUX. $\frac{2}{25} = \frac{8}{100} = 0,08 \in \mathbb{D}$.

Affirmation n° 3 : FAUX. L'équation $|x - 4| = 2$ a deux solutions : $x = 6$ et $x = 2$.

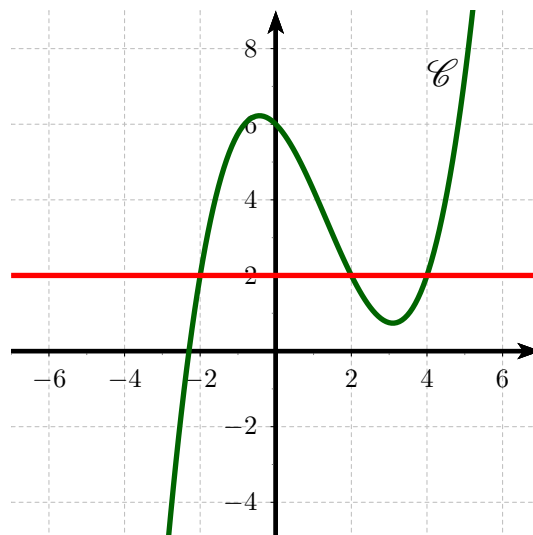
Affirmation n° 4 : VRAI. Cela correspond à la première identité remarquable. $x^2 + 2x + 1 = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2 = (x + 1)^2$

Affirmation n° 5 : FAUX. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$.

Affirmation n° 6 : FAUX La fonction définie sur \mathbb{R} , par $x \mapsto 3x + 2$ est une fonction affine. Les fonctions linéaires sont de la forme $x \mapsto ax$.

Corrigé Ex 2 :

1. La somme des pourcentages de chaque catégorie étant égal à 100%, le calcul $100 - (25 + 35) = 40$ permet d'affirmer que le pourcentage de notifications reçues pour la catégorie n° 3 est de 40%.
2. $0,40 \times 0,40 = 0,16 = 16\%$. Le pourcentage de MMS reçus par rapport à la totalité des notifications reçues est de 16%.
3. $28 \div 21 \approx 1,333$ et $1,333 - 1 = 0,333 = 33,3\%$. Le taux d'évolution (en pourcentage) associé à cette augmentation est d'environ 33,3%.
4. $1 - 0,23 = 0,77$. Le coefficient multiplicateur associé à cette évolution est 0,77.

Corrigé Ex 3 :

1. $f(1) = \frac{1}{4} - 1 - 1 + 6 = 4,25$. L'image de 1 par la fonction f est 4,25.
2. Graphiquement, $f(0) = 6$.
3. Graphiquement, l'équation $f(x) = 0$ a une seule solution
4. Voir graphique.
5. Graphiquement l'équation $f(x) = 2$ a trois solutions : $x = -2$; $x = 2$ et $x = 4$.

Corrigé Ex 4 :

$$\begin{aligned}(5x + 1)^2 &= (5x)^2 + 2 \times 5x \times 1 + 1^2 \\ &= 25x^2 + 10x + 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2x - 5 &> 5x + 2 \\ 2x - 5x &> 5x + 7 - 5x \\ -3x &> 7 \\ x &< \frac{7}{-3} \\ x &< -\frac{7}{3}\end{aligned}$$

Corrigé Ex 5 :

1. La courbe \mathcal{C} a pour équation $y = 1 - x^2$
2. L'intervalle recherché est $[-1; 0,5]$

Corrigé Ex 6 :

$$\begin{aligned}&(x - 4)(2x - 2) - 5x(x - 4) \\ &= (x - 4)((2x - 2) - 5x) \\ &= (x - 4)(2x - 2 - 5x) \\ &= (x - 4)(-3x - 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-6x + 3 &< -x - 2 \\ -5x + 3 &< -2 \\ -5x &< -5 \\ x &> \frac{-5}{-5} \\ x &> 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x - 3)^2 - 100 &= 0 \\ (x - 3)^2 - 10^2 &= 0 \\ ((x - 3) + 10)((x - 3) - 10) &= 0 \\ (x + 7)(x - 13) &= 0 \text{ équation produit-nul} \\ x + 7 = 0 \text{ ou } x - 13 = 0 & \\ x = -7 \quad x = 13 &\end{aligned}$$

Corrigé Ex 7 : La fraction $\frac{3}{7}$ est une fraction **irréductible**. Comme 7 est un **nombre premier différent de 2 ou 5**, la fraction $\frac{1}{7}$ n'est pas un nombre décimal

- Corrigé Ex 8 :**
1. La fonction g est paire car, pour tout $x \in [-3; 3]$, $g(-x) = 4 - (-x)^2 = 4 - x^2 = g(x)$.
 2. À l'aide de votre calculatrice (graphique et/ou tableur), on conjecture que l'équation $f(x) = g(x)$ a pour solution $x = 2$ et l'inéquation $f(x) \leq g(x)$ a pour solution l'intervalle $[-3; 2]$.
 3. Le point A a pour coordonnées $(3; f(3)) = (3, 1)$ et le point B a pour coordonnées $(1; g(1)) = (1, 3)$. Dans ce cas,

$$AB = \sqrt{(1 - 3)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = \sqrt{8} \approx 2,83.$$