

Une aire variable

Éléments de réponses – ALGOBOX

I Coupe d'un rectangle

Les coordonnées du point  $R : (\frac{-11}{m}; 0)$ .

Calcul des coordonnées du point  $D$  :

```
1  VARIABLES
2    m EST_DU_TYPE NOMBRE
3    xD EST_DU_TYPE NOMBRE
4    yD EST_DU_TYPE NOMBRE
5  DEBUT_ALGORITHME
6    TRACER_SEGMENT (0,0)->(17,0)
7    TRACER_SEGMENT (17,0)->(17,11)
8    TRACER_SEGMENT (17,11)->(0,11)
9    TRACER_SEGMENT (0,11)->(0,0)
10   LIRE m
11   SI (m>=0) ALORS
12     DEBUT_SI
13       xD PREND_LA_VALEUR 17
14       yD PREND_LA_VALEUR 11
15     FIN_SI
16   SINON
17     DEBUT_SINON
18       SI (-11/m<=17) ALORS
19         DEBUT_SI
20           xD PREND_LA_VALEUR -11/m
21           yD PREND_LA_VALEUR 0
22         FIN_SI
23       SINON
24         DEBUT_SINON
25           xD PREND_LA_VALEUR 17
26           yD PREND_LA_VALEUR 17*m+11
27         FIN_SINON
28     FIN_SINON
29   TRACER_POINT (xD,yD)
30   AFFICHER "Le couple des coordonnées de D est : ("
31   AFFICHER xD
32   AFFICHER "; "
33   AFFICHER yD
34   AFFICHER ")"
35 FIN_ALGORITHME
```

Représentation du polygone  $\mathcal{P}$  :

```
1  VARIABLES
2    m EST_DU_TYPE NOMBRE
3    xD EST_DU_TYPE NOMBRE
4    yD EST_DU_TYPE NOMBRE
5  DEBUT_ALGORITHME
6    LIRE m
7    TRACER_SEGMENT (0,0)->(0,11)
8    SI (m>=0) ALORS
9      DEBUT_SI
10       xD PREND_LA_VALEUR 17
11       yD PREND_LA_VALEUR 11
12     TRACER_SEGMENT (0,0)->(17,0)
13     TRACER_SEGMENT (17,0)->(17,11)
14   FIN_SI
15   SINON
16     DEBUT_SINON
17       SI (-11/m<=17) ALORS
18         DEBUT_SI
19           xD PREND_LA_VALEUR -11/m
20           yD PREND_LA_VALEUR 0
21         TRACER_SEGMENT (0,0)->(xD,yD)
22       FIN_SI
23     SINON
24       DEBUT_SINON
25         xD PREND_LA_VALEUR 17
26         yD PREND_LA_VALEUR 17*m+11
27       TRACER_SEGMENT (0,0)->(17,0)
28       TRACER_SEGMENT (17,0)->(xD,yD)
29     FIN_SINON
30   FIN_SINON
31   TRACER_SEGMENT (0,11)->(xD,yD)
32 FIN_ALGORITHME
```

Le calcul de l'aire du polygone  $\mathcal{P}$  :

$$\mathcal{A}(m) = \begin{cases} 17 \times 11 & \text{pour } m \in [0, +\infty[ \\ \frac{17}{2} \times (22 + 17m) & \text{pour } m \in [\frac{-11}{17}, 0[ \\ \frac{-11^2}{2m} & \text{pour } m \in ]-\infty; \frac{-11}{17}] \end{cases}$$

ou encore :

$$\mathcal{A}(m) = \begin{cases} \frac{1}{2} \times (11 + y_D) \times 17 & \text{pour } m \in [\frac{-11}{17}, +\infty[ \\ \frac{1}{2} \times 11 \times x_D & \text{pour } m \in ]-\infty; \frac{-11}{17}] \end{cases}$$

```
1  VARIABLES
2  m EST_DU_TYPE NOMBRE
3  xd EST_DU_TYPE NOMBRE
4  yd EST_DU_TYPE NOMBRE
5  aire EST_DU_TYPE NOMBRE
6  DEBUT_ALGORITHME
7  LIRE m
8  SI (m>=0) ALORS
9  DEBUT_SI
10  aire PREND_LA_VALEUR 17*11
11  FIN_SI
12  SINON
13  DEBUT_SINON
14  SI (-11/m<=17) ALORS
15  DEBUT_SI
16  xd PREND_LA_VALEUR -11/m
17  aire PREND_LA_VALEUR 1/2*xd*11
18  FIN_SI
19  SINON
20  DEBUT_SINON
21  yd PREND_LA_VALEUR 17*m+11
22  aire PREND_LA_VALEUR 1/2*(11*yd)*17
23  FIN_SINON
24  FIN_SINON
25  AFFICHER aire
26  FIN_ALGORITHME
```

## 2 Tirages au hasard

Algorithme de tirages au hasard :

```
1  VARIABLES
2  n EST_DU_TYPE NOMBRE
3  x EST_DU_TYPE NOMBRE
4  y EST_DU_TYPE NOMBRE
5  compteur EST_DU_TYPE NOMBRE
6  k EST_DU_TYPE NOMBRE
7  rapport EST_DU_TYPE NOMBRE
8  m EST_DU_TYPE NOMBRE
9  DEBUT_ALGORITHME
10  compteur PREND_LA_VALEUR 0
11  AFFICHER "Entrez le coefficient directeur de la droite Delta-m."
12  LIRE m
```

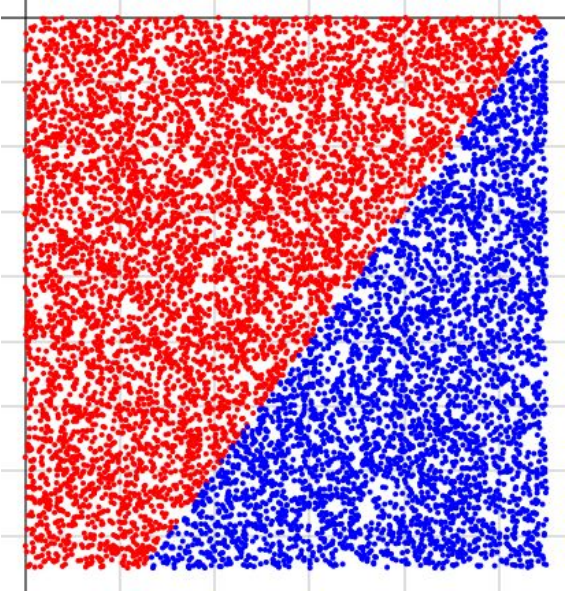
```
13  AFFICHER "Entrez le nombre de points tirés au hasard. "
14  LIRE n
15  POUR k ALLANT_DE 1 A n
16  DEBUT_POUR
17  x PREND_LA_VALEUR 17*random()
18  y PREND_LA_VALEUR 11*random()
19  SI (y<=m*x+11) ALORS
20  DEBUT_SI
21  compteur PREND_LA_VALEUR compteur+1
22  FIN_SI
23  FIN_POUR
24  rapport PREND_LA_VALEUR 17*11*compteur/n
25  AFFICHER rapport
26  FIN_ALGORITHME
```

En prenant  $n$  "assez grand", les valeurs obtenues sont très proches de l'aire de  $\mathcal{D}$ .  
On peut aussi écrire une version avec affichage des points (les deux affichages sont de couleurs différentes suivant que le point est en-dessous ou au-dessus de la droite  $\Delta_m$ ) :

```
1  VARIABLES
2  n EST_DU_TYPE NOMBRE
3  x EST_DU_TYPE NOMBRE
4  y EST_DU_TYPE NOMBRE
5  compteur EST_DU_TYPE NOMBRE
6  k EST_DU_TYPE NOMBRE
7  rapport EST_DU_TYPE NOMBRE
8  m EST_DU_TYPE NOMBRE
9  DEBUT_ALGORITHME
10  compteur PREND_LA_VALEUR 0
11  AFFICHER "Entrez le coefficient directeur de la droite Delta-m."
12  LIRE m
13  AFFICHER "Entrez le nombre de points tirés au hasard. "
14  LIRE n
15  POUR k ALLANT_DE 1 A n
16  DEBUT_POUR
17  x PREND_LA_VALEUR 17*random()
18  y PREND_LA_VALEUR 11*random()
19  SI (y<=m*x+11) ALORS
20  DEBUT_SI
21  compteur PREND_LA_VALEUR compteur+1
22  TRACER_POINT (x,y)
23  FIN_SI
24  SINON
25  DEBUT_SINON
26  TRACER_POINT (x,y)
```

|    |                                          |
|----|------------------------------------------|
| 27 | FIN_SINON                                |
| 28 | FIN_POUR                                 |
| 29 | rapport PREND_LA_VALEUR 17*11*compteur/n |
| 30 | AFFICHER rapport                         |
| 31 | FIN_ALGORITHME                           |

ce qui donne par exemple ( $m = -0,5$ ,  $n = 10000$ ) :



Éléments de réponses – CALCULATRICES TI

I Coupe d'un rectangle

Les coordonnées du point  $R : (\frac{-11}{m}; 0)$ .

| PROGRAM : P1                |
|-----------------------------|
| Prompt M                    |
| If $M \geq 0$               |
| Then                        |
| 17 $\rightarrow A$          |
| 11 $\rightarrow B$          |
| Else                        |
| If $-11/M \leq 17$          |
| Then                        |
| -11/M $\rightarrow A$       |
| 0 $\rightarrow B$           |
| Else                        |
| 17 $\rightarrow A$          |
| 17 * M + 11 $\rightarrow B$ |
| End                         |
| End                         |
| Disp A,B                    |
| Pt-On(A,B)                  |

Calcul des coordonnées du point  $D$  :

| PROGRAM : P2                |
|-----------------------------|
| ClrDraw                     |
| Prompt M                    |
| If $M \geq 0$               |
| Then                        |
| 17 $\rightarrow A$          |
| 11 $\rightarrow B$          |
| Line(0,0,17,0)              |
| Line(17,0,17,11)            |
| Else                        |
| If $-11/M \leq 17$          |
| Then                        |
| -11/M $\rightarrow A$       |
| 0 $\rightarrow B$           |
| Line(0,0,A,B)               |
| Else                        |
| 17 $\rightarrow A$          |
| 17 * M + 11 $\rightarrow B$ |
| Line(0,0,17,0)              |
| Line(17,0,A,B)              |
| End                         |
| End                         |
| Line(0,11,A,B)              |

Représentation du polygone  $\mathcal{P}$  :

Le calcul de l'aire du polygone  $\mathcal{P}$  :

$$\mathcal{A}(m) = \begin{cases} 17 \times 11 & \text{pour } m \in [0, +\infty[ \\ \frac{17}{2} \times (22 + 17m) & \text{pour } m \in ]\frac{-11}{17}, 0[ \\ -\frac{11^2}{2m} & \text{pour } m \in ]-\infty; \frac{-11}{17}] \end{cases}$$

```
PROGRAM : P3
Prompt M
If M ≥ 0
Then
  Disp 17 * 11
Else
  If (M < 0 and M > -11/17)
  Then
    Disp 17/2 * (22 + 17 * M)
  Else
    Disp -11^2/(2 * M)
  End
End
```

2 Tirages au hasard

Algorithme de tirages au hasard :

```
PROGRAM : P4
Prompt N
Prompt M
0 → C
For(K,1,N)
  17 * rand → A
  11 * rand → B
  If B ≤ M * A + 11
  Then
    C + 1 → C
  End
End
Disp 17 * 11 * C / N
```

En prenant *n* "assez grand", les valeurs obtenues sont très proches de l'aire de  $\mathcal{D}$ .  
On peut aussi écrire une version avec affichage des points intérieurs au polygone :

```
PROGRAM : P5
CHDraw
Prompt N
Prompt M
0 → C
For(K,1,N)
  17 * rand → A
  11 * rand → B
  If B ≤ M * A + 11
  Then
    C + 1 → C
  Pt-On(A,B)
  End
End
Disp 17 * 11 * C / N
```

Éléments de réponses – XCAS

1 Coupe d'un rectangle

Les coordonnées du point  $R : (\frac{-11}{m}; 0)$ .

Calcul des coordonnées du point  $D$  et affichage du point :

```
~~~~~XCas~~~~~
saisir (m) ;;
si m≠0 alors xD:=17;yD:=11; fsi ;;
si (m<0 et m>-11/17) alors xD:=17;yD:=17*m+11; fsi ;;
si m<=-11/17 alors xD:=-11/m;yD:=0; fsi ;;
afficher (xD,yD);
affichage (point (xD,yD) , display=line_width_5)
```

Représentation du polygone  $\mathcal{D}$  :

```
~~~~~XCas~~~~~
saisir (m) ;;
si m≠0 alors xD:=17;yD:=11;
p:=polygone (point (0,0) , point (17,0) , point (xD,yD) , point (0,11));
fsi ;;
si (m<0 et m>-11/17) alors xD:=17;yD:=17*m+11;
p:=polygone (point (0,0) , point (17,0) , point (xD,yD) , point (0,11));
fsi ;;
si m<=-11/17 alors xD:=-11/m;yD:=0;
p:=polygone (point (0,0) , point (xD,yD) , point (0,11));
fsi ;;
affichage (p, display=line_width_6+rempli);
```

Le calcul de l'aire du polygone  $\mathcal{P}$  :

$$ad(m) = \begin{cases} 17 \times 11 & \text{pour } m \in [0, +\infty[ \\ \frac{17}{2} \times (22 + 17m) & \text{pour } m \in ]\frac{-11}{17}, 0[ \\ \frac{-11^2}{2m} & \text{pour } m \in ]-\infty, \frac{-11}{17}] \end{cases}$$

ou encore :

$$ad(m) = \begin{cases} \frac{1}{2} \times (11 + y_D) \times 17 & \text{pour } m \in [\frac{-11}{17}, +\infty[ \\ \frac{1}{2} \times 11 \times x_D & \text{pour } m \in ]-\infty, \frac{-11}{17}] \end{cases}$$

✳Xcas

```
~~~~~ A(m) := {
~~~~~ si m<=0 alors return 17*11; fsi;
~~~~~ si (m<0 et m>-11/17) alors return 17/2*(22+17*m); fsi;
~~~~~ si (m<=-11/17) alors return -11/2/(2*m); fsi;
~~~~~ };;
```

2 Tirages au hasard

Algorithme de tirages au hasard :

✳Xcas

```
~~~~~ saisir (m) ;; /* m: coefficient directeur */
~~~~~ saisir (n) ;; /* n : nombre de points tirés */
~~~~~ compteur:=0;; /* compte le nb de points dans le polygone */
~~~~~ pour k de 1 jusque n faire
~~~~~ x:=rand(0,17); y:=rand(0,11);
~~~~~ si y<m*x+11 alors compteur:=compteur+1; fsi;
~~~~~ fpour;;
~~~~~ afficher( evalf(17*11*compteur/n) );
```

En prenant  $n$  "assez grand", les valeurs obtenues sont très proches de l'aire de  $\mathcal{P}$ .

On peut aussi écrire une version avec affichage des points (les deux affichages sont de couleurs différentes suivant que le point est en-dessous ou au-dessus de la droite  $\Delta_m$ ) :

✳Xcas

```
~~~~~ saisir (m) ;; /* m: coefficient directeur */
~~~~~ saisir (n) ;; /* n : nombre de points tirés */
~~~~~ compteur:=0;; /* compte le nb de points dans le polygone */
~~~~~ listeIn:=[];; listeOut:=[];;
~~~~~ pour k de 1 jusque n faire
~~~~~ x:=rand(0,17); y:=rand(0,11);
~~~~~ si y<m*x+11 alors
~~~~~ compteur:=compteur+1; listeIn:=append(listeIn, point((x,y)));
~~~~~ sinon listeOut:=append(listeOut, point((x,y)));
~~~~~ fsi;
~~~~~ fpour;;
~~~~~ afficher( evalf(17*11*compteur/n) );
~~~~~ affichage (listeIn, red);
~~~~~ affichage (listeOut, blue);
```

ce qui donne par exemple ( $m = -0.5, n = 5000$ ) :

