

## Triangle inscrit dans une courbe donnée - EPM 2008

### Énoncé

Le plan est rapporté à un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . On appelle  $\mathcal{E}$  la courbe d'équation  $y = \frac{1}{x}$ . On désigne par  $a, b$  et  $c$  trois réels non nuls, deux à deux distincts, puis par  $A, B$  et  $C$  les points de  $\mathcal{E}$  d'abscisses respectives  $a, b, c$ .

Le point  $H$  est l'orthocentre du triangle  $ABC$ . On appelle  $\mathcal{C}$  le cercle circonscrit au triangle  $ABC$ , son centre est noté  $E$ .

Le point  $D$  est le symétrique du point  $H$  par rapport à  $O$ .

Le but de l'exercice est d'observer la position de certains points de la figure et d'étudier en particulier celle du point  $H$ .

- Construire la figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
  - Faire varier  $a, b, c$  et émettre une ou deux conjectures concernant :
    - la position du point  $H$ ;
    - la position du point  $D$ .
  - À l'aide de manipulations appropriées, émettre une conjecture sur les ordonnées des points  $D$  et  $H$  en fonction de  $a, b, c$ , puis sur l'abscisse de  $H$ .
- Démontrer la conjecture émise sur les coordonnées du point  $H$ .
- Proposer une démarche permettant de démontrer la (ou les) conjecture(s) faite(s) pour le point  $D$  (on ne demande pas les calculs mais uniquement le plan proposé).

## Différence de dés en terminale

### Énoncé

On lance trois dés cubiques parfaitement équilibrés, à six faces numérotés de 1 à 6. On note ensuite le numéro obtenu sur la face supérieure de chaque dé puis on calcule la différence entre le plus grand et le plus petit des trois nombres obtenus. On désigne par  $\Delta$  la variable aléatoire définie par cette différence.

- Selon votre propre idée et avant toute expérimentation : sur quelle différence parieriez-vous ?
- À l'aide d'un tableur :
  - Réalisez une simulation de taille 100 de cette expérience.
  - Organisez vos résultats dans un tableau comme ci-dessous :

Valeurs de la différence	0	...
Fréquence de chaque différence	...	...

- Faites afficher le polygone des fréquences associées aux résultats de cette simulation.
- À l'aide de la touche de "recalcul", régénérez plusieurs fois la simulation en observant les résultats.

À la suite de cette première expérimentation, modifiez-vous votre pari ?

- En utilisant le tableur, affinez au mieux votre pari.
- Déterminez la loi de probabilité de la variable aléatoire  $\Delta$ .

## Différence de dés en seconde

### Fiche d'identité

- **Niveau** : seconde ;
- **Logiciel** : géométrie dynamique ;
- **Type d'utilisation** : TP en salle info suivie d'une mise en commun en classe ;
- **Objectifs** : conjecturer, anticiper sur une loi ;
- **Apport des TICE** : aide à l'appropriation du problème, permet un accès à une loi empirique ;
- **Compétences travaillées** :
  - fréquences, fluctuations d'échantillonnage ;
  - hasard, diagramme statistique ;
- **Variante possible** : la somme, mais c'est plus classique.

## Énoncé - Fiche élève

On lance deux dés cubiques parfaitement équilibrés, à six faces numérotées de 1 à 6. On note ensuite le numéro obtenu sur la face supérieure de chaque dé, puis on effectue la différence de ces nombres (en otant le plus petit au plus grand pour obtenir un nombre positif).

1. Selon votre propre idée et avant toute expérimentation : sur quelle différence parieriez-vous ?
2. Sur un tableur :
  - (a) Réalisez une simulation de taille 100 de cette expérience.
  - (b) Organisez vos résultats en remplissant un tableau comme ci-dessous.

Valeurs de la différence	0	1	2	3	4	5
Effectif de chaque différence	...	...				
Fréquence de chaque différence	...	...				

- (c) Faites afficher le diagramme en batons représentant les fréquences associées aux résultats de cette simulation.
- (d) À l'aide de la touche de "recalcul", régénérez plusieurs fois la simulation en observant les résultats.

À la suite de cette première expérimentation, modifiez-vous votre pari ? Que faire pour avoir un pari plus sûr ?

3. Renouvelez la simulation avec la taille de l'échantillon portée à 500 puis à 1000. Que constatez-vous ?
4. Votre pari est-il maintenant définitif ?
5. À quel pourcentage évalueriez-vous vos chances de le voir se réaliser ? Trouvez un argument irréfutable en faveur du pari sur la différence la plus probable.

## Probabilités et intégrales

### Énoncé - Fiche élève

Le plan est muni d'un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . On note  $\mathcal{D}$  l'ensemble des points  $M(x; y)$  du plan tels que  $0 \leq x \leq 1$  et  $0 \leq y \leq \sqrt{x}$ .

On note  $A(1; 0)$ ,  $B(1; 1)$  et  $C(0; 1)$  trois points du plan. Si l'on choisit au hasard un grand nombre  $N$  de points dont l'abscisse comme l'ordonnée sont comprises entre 0 et 1 (les choix de l'abscisse et de l'ordonnée étant indépendants), et si l'on note  $n$  le nombre de points dont l'ordonnée est inférieure ou égale à la racine carrée de son abscisse, le rapport  $\frac{n}{N}$ , pour  $N$  très grand, est approximativement égal au rapport de l'aire du domaine  $\mathcal{D}$  sur l'aire du rectangle  $OABC$ .

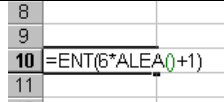
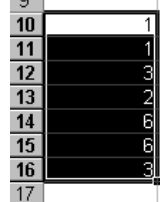
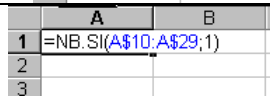
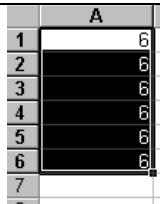
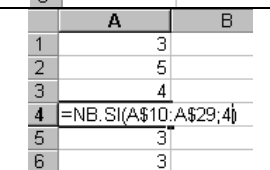
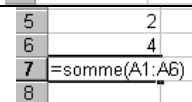
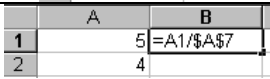
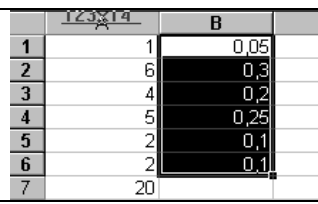

#### Expérimentation

- (a) Construire dans une feuille de calcul, une grande liste de coordonnées de points définis comme dans le problème posé.
- (b) Parmi ces points, compter le nombre  $n$  de points dont l'ordonnée est inférieure ou égale à la racine carrée de son abscisse.
- (c) Afficher le rapport  $\frac{n}{N}$ .
- (d) Le rapport obtenu varie-t-il beaucoup avec la série de points générée ?

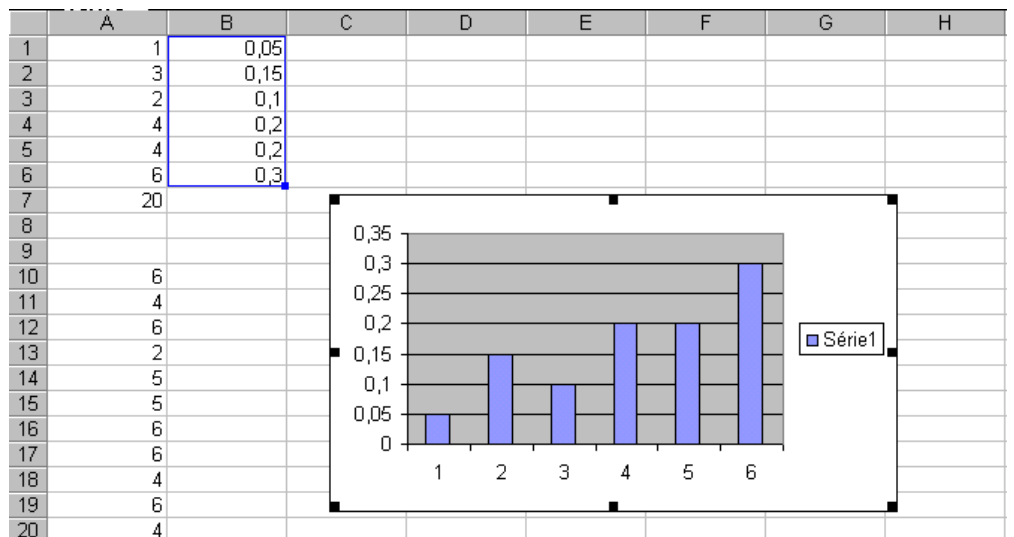
#### Justification


- (a) Vérifier que la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x}$  est une primitive de la fonction racine carrée sur  $]0; +\infty[$ .
- (b) Justifier la valeur du rapport obtenue dans l'expérimentation.

## Création d'une feuille de calcul pour réaliser une simulation

Cliquer dans la cellule A10 écrire la formule suivante : = ENT(6*ALEA()+1) et appuyer sur la touche "Entrée"	Cette commande permet de générer un nombre aléatoire compris entre 1 et 6 (les deux bornes comprises) suivant une loi uniforme	
Sélectionner la cellule A10. Positionner le curseur sur le coin de la cellule situé en bas à droite. Étirer la sélection vers le bas jusqu'à la cellule A29.	Ceci permet de copier dans toutes les cellules sélectionnées le contenu de la première cellule.  L'image ci-contre montre le résultat lorsqu'on a étendu la sélection jusqu'à la cellule A16	
Dans la cellule A1 écrire la formule suivante : = NB.SI(A\$10:A\$29;1) et appuyer sur la touche "Entrée"	Cette formule permet de compter le nombre de 1 qui sont dans la zone comprise entre les cellules A10 et A29. Le signe \$ indique que les références sont absolues (stables par copie)	
Sélectionner la cellule A1. Positionner le curseur sur le coin de la cellule situé en bas à droite. Étirer la sélection vers le bas jusqu'à la cellule A6		
Sélectionner successivement les cellules A2 à A6 Dans chacune d'elle modifier la formule en remplaçant le dernier argument (1) par 2, 3, 4, 5, 6 suivant la cellule concernée	Cela permettra de compter dans la cellule Ai le nombre de i existants dans la zone A10:A29	
Dans la cellule A7 écrire la formule suivante : = SOMME(A1:A6) et appuyer sur la touche "Entrée"	Cette formule fait la somme des données de la zone A1:A6 ce qui permet de connaître le nombre de lancers	
Dans la cellule B1 écrire la formule suivante : = A1/\$A\$7 et appuyer sur la touche "Entrée"	Cette formule permet de calculer la fréquence du 1	
Sélectionner la cellule B1. Positionner le curseur sur le coin de la cellule situé en bas à droite. Étirer la sélection vers le bas jusqu'à la cellule B6	Recopie vers le bas de la première cellule.	
Cliquer sur l'assistant graphique  Puis dans chaque écran cliquer sur le bouton "suivant" puis sur le bouton "Fin"	Permet de créer des graphiques à moindre frais	

On obtient finalement la feuille suivante :



En appuyant sur le bouton "Recalcul" 

ou sur la touche **F9**

on simule de nouveaux lancers.