

FONCTIONS

1 Notations usuelles

Exercice 1. 1. Tapez et compilez le code suivant :

```
\[ \left . \begin{matrix}
\displaystyle
\lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \ln(x) = -\infty \\
\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2} = +\infty
\end{matrix} \right. \text{ par produit : } \\
\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x^2} = -\infty \]
```

2. Codez ensuite :

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{\substack{(x;y) \rightarrow (0;0) \\ x > 0 \\ y \geq 0}} \frac{1}{f(x;y)} = +\infty \\ \lim_{\theta \rightarrow +\infty} h(\theta) = 0^+ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \lim_{\substack{(x;y) \rightarrow (0;0) \\ x > 0 \\ y \geq 0}} h\left(\frac{1}{f(x;y)}\right) = 0^+ \\ \lim_{\substack{(x;y) \rightarrow (0;0) \\ x > 0 \\ y \geq 0}} K(x;y) = +\infty \end{array} \left. \begin{array}{l} \lim_{\substack{(x;y) \rightarrow (0;0) \\ x > 0 \\ y \geq 0}} h\left(\frac{1}{f(x;y)}\right) K(x;y) = FI \quad \text{Tout \u00e7a pour \u00e7a ?} \end{array} \right\}$$

Exercice 2.

En utilisant la commande `\rotatebox` du package `graphicx` (on trouve la doc de ce package sur la toile en tapant par exemple « tex catalogue graphicx » dans gogol), codez :

Une perle classique.
 Nous avons vu :

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 8 \\ x > 8}} \frac{1}{x-8} = +\infty$$

 donc :

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 9 \\ x > 9}} \frac{1}{x-9} = +\infty$$

2 Figures en analyse

2.1 Les outils disponibles

2.1.1 Les packages

Les principaux packages destinés à faire du dessin sous \LaTeX permettent les tracés de courbes de fonctions.

1. PSTricks. On en trouvera la doc à l'adresse
<http://www.tug.org/PSTricks/main.cgi/>.



On pourra éventuellement utiliser son extension `pstricks-add` qui simplifie la syntaxe. On la trouvera avec sa doc à l'adresse :

<http://www.ctan.org/tex-archive/help/Catalogue/entries/pstricks-add.html>.

2. `Metapost`. Il s'agit d'un langage de programmation pour le dessin. Le programme de départ n'a pas d'instructions très pratiques pour les tracés de courbe, mais on trouvera des extensions sur la toile destinées à simplifier le travail sur les tracés de courbes. On pourra par exemple utiliser le fichier `newcourbes.mp` que l'on trouvera (ainsi que des exemples) facilement avec google.

3. `Tikz`. Pour le tracé des courbes, `pgf-tikz` s'appuie sur le logiciel `gnuplot`. On consultera la doc de `tikz` qui est bien faite, par exemple ici :

<http://ctan.org/tex-archive/help/Catalogue/entries/pgf.html>.

Pour une présentation de `gnuplot`, on pourra consulter :

<http://fr.wikipedia.org/wiki/Gnuplot>.

4. `Asymptote`. Un langage de programmation pour le dessin. Pour s'initier à ce langage, on consultera avec profit les pages de Philippe Ivaldi :

<http://www.piprime.fr/asymptote/>

ou les pages du site "officiel" :

<http://asymptote.sourceforge.net/>

2.1.2 Avec des interfaces

1. Le petit logiciel `pstplus` que l'on trouvera à l'adresse :

<http://www.xmlmath.net/pstplus/index.html>.

est facile de prise en main et génère un code `pstricks` qu'il faut faudra ensuite comprendre si vous voulez ajouter au graphique d'autres données que celles prévues par le logiciel.

2. On peut aussi utiliser le logiciel `TEXgraph` que l'on trouvera à l'adresse suivante :

<http://texgraph.tuxfamily.org/>.

Ce logiciel peut générer du code `PSTricks` ou du code `PGF`.

3. Il existe d'autres outils comme par exemple `Xcas` (logiciel libre et gratuit de calcul formel) qui permettent quelques exports en `pstricks`.

4. `Geogebra` permet également l'export des figures en code `pstricks` ou en code `tikz`.

<http://www.geogebra.org/cms/>

2.1.3 Copier - Coller

Bien entendu, dans un premier temps si vous avez une bonne maîtrise d'un grapheur, vous pourrez toujours utiliser ce logiciel par des copier-coller d'image. Il faut par contre au préalable créer une image. Cette image sera au format `.eps` si vous compilez avec `ps` et au format `gif` ou `jpeg` ou `png` ou `pdf` si vous compilez avec `pdflatex`. A noter : `geogebra` exporte dans le format `eps` et dans le format `png`.

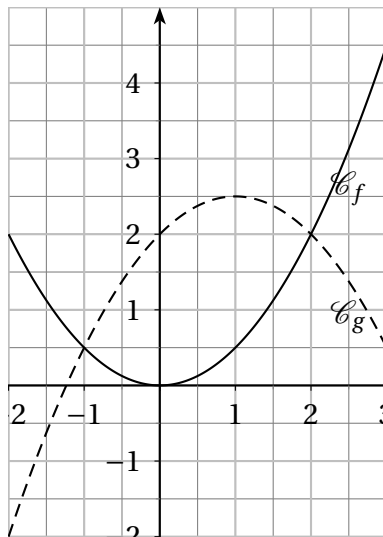
2.2 Dessins ...

Exercice 3. 1. Al'aide de `geogebra`, obtenir le code `pstricks` d'une représentation graphique sur $[-2;3]$ des fonctions $x \xrightarrow{f} 0,5x^2$ et $x \xrightarrow{g} -0,5x^2 + x + 2$.



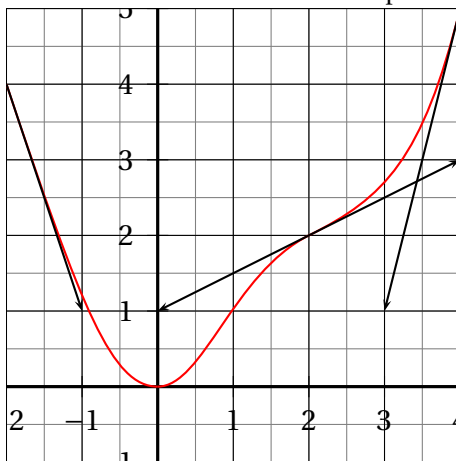
2. Modifier le code obtenu (par exemple le code `pstricks`, en consultant sur la toile le mode d'emploi de `pstricks`)

pour obtenir l'image suivante :



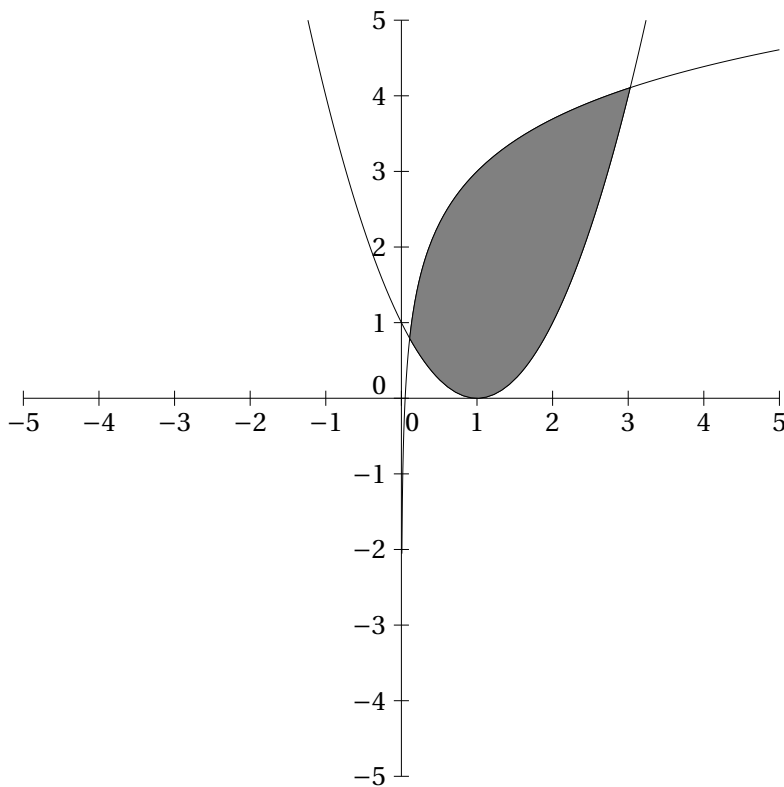
Exercice 4 (courbe avec tangentes).

En utilisant les instructions `\psbezier` et `\psline` de `pstricks`, coder la figure suivante :



Exercice 5.

Avec le logiciel `TeXgraph`, essayez d'obtenir l'image suivante (aire comprise entre les courbes des fonctions $t \mapsto \ln(t) + 3$ et $t \mapsto (t - 1)^2$).



\TeX graph est assez efficace mais le code obtenu est peu lisible car \TeX graph ne s'appuie pas de façon optimale sur les commandes `pstricks` existantes.

Exercice 6.

Définir une nouvelle commande `\asympt` qui affiche : « La courbe \mathcal{C}_f admet une asymptote (horizontale, verticale, oblique) d'équation ... » et dans laquelle le nom de la fonction, le caractère horizontal, vertical ou oblique, et l'équation de l'asymptote sont des paramètres.



3 Des solutions

Exercice 1.

```

\documentclass { article }
\usepackage [T1]{fontenc}
\usepackage [latin9]{inputenc}
\usepackage {amsmath,amssymb}
\begin {document}
\[\hspace{-10mm}\left . \begin {matrix}
\left . \begin {matrix}
\displaystyle
\lim_{\substack{(x;y)\to (0;0) \\ x>0 \\ y\geqslant 0}} \frac{1}{f(x;y)}=+\infty \\
\displaystyle \lim_{\theta\to +\infty}h(\theta)=0^+
\end {matrix} \right\} \right\} h\left(\frac{1}{f(x;y)} \right) =0^+ \\
&\lim_{\substack{(x;y)\to (0;0) \\ x>0 \\ y\geqslant 0}} K(x ; y) = +\infty
\end {matrix} \right\} \right\} h\left(\frac{1}{f(x;y)} \right)K(x ; y)
=FI
\quad \text{ Tout ça pour ça ? }
\]
\end {document}

```

Exercice 2.

```

\documentclass [10pt , a4paper ]{ article }
\usepackage {amsmath}
\usepackage {graphicx}
\begin {document}
\[\displaystyle \lim_{\substack{x\to 8 \\ x>8}} \frac{1}{x-8}=+\infty \quad \]
donc :
\[\displaystyle \lim_{\substack{x\to 9 \\ x>9}}
\frac{1}{x-9}=+\rotatebox [x=0mm , y=0mm] {90} {9} \quad \]
\end {document}

```

Exercice 3.

```

\documentclass { article }
\usepackage {pstricks-add}
\usepackage {mathrsfs}
\begin {document}
\psset {xunit=1.0cm , yunit=1.0cm}
\begin {pspicture*}(-2 , -2)(3,5)
% la grille :
\psgrid [subgriddiv=2 , gridlabels=0 , gridcolor=lightgray](0,0)(-2 , -2)(3,5)
\psset {xunit=1.0cm , yunit=1.0cm , algebraic=true}
\psset {dotstyle=*, dotsize=3pt 0 , linewidth=0.8pt , arrowsize=3pt 2 , arrowinset=0.25}
% tracé des axes avec étiquette :
\psaxes [xAxis=true , yAxis=true , Dx=1 , Dy=1 , ticksize=-2pt 0 , subticks=2]{->}(0,0)(-2.99 , -2.33)(4.13,5)
% tracé de la courbe de la fonction f , x_{min}=-2 , x_{max}=3 :
\psplot [plotpoints=200]{-2.0}{3.0}{0.5*x^2}

```



```
% pour tracer en pointillés :
\psset{linestyle=dashed}
% tracé de la courbe de g :
\psplot[plotpoints=200]{-2.0}{3.0}{-0.5*x^2+x+2}
% étiquette pour les noms des courbes :
\uput[d](2.5,3){$\mathscr{C}_f$}
\uput[d](2.5,1.3){$\mathscr{C}_g$}
\end{pspicture*}
\end{document}
```

Exercice 4 (courbe avec tangentes imposées).

```
\documentclass{article}
\usepackage{pst-plot}
\begin{document}
\begin{pspicture*}(-2,-1)(4,5)
\psgrid[gridlabels=0,gridwidth=0.4pt,subgriddiv=2](-2,-1)(4,5)
\psaxes[linewidth=1.2pt]{-}(0,0)(-2,-1)(4,5)
\psbezier[linecolor=red](-2,4)(-1,1)(-0.6,0)(0,0)
\psbezier[linecolor=red](0,0)(0.6,0)(1,1.5)(2,2)
\psbezier[linecolor=red](2,2)(3,2.5)(3.5,3)(4,5)
\psline{->}(-2,4)(-1,1)
\psline{<->}(0,1)(4,3)
\psline{<-}(3,1)(4,5)
\end{pspicture*}
\end{document}
```

Exercice 5 (aire entre deux courbes).

Dans Le logiciel \TeX graph, utiliser le menu « créer », « autres éléments graphiques 2D ».

Exercice 6.

```
\documentclass{article}
\usepackage[T1]{fontenc}
\usepackage[latin9]{inputenc}
\usepackage{mathrsfs}

\newcommand{\asymptote}[3][f]
{La courbe  $\mathscr{C}_{\#1}$ 
admet pour asymptote  $\#2$  la droite d'équation  $\mathscr{C}_{\#3}$ }

\begin{document}
\asymptote{horizontale}{y=2}

\asymptote[g]{verticale}{x=\pi}
\end{document}
```

La commande a trois arguments (indication donné par le premier crochet), ces arguments sont référencés par #1, #2, #3 dans la définition de la commande.

Le premier argument (référéncé par #1 dans la définition de la commande) est optionnel avec pour valeur par défaut la lettre f (indiqué dans le deuxième crochet). Malheureusement seul le premier argument d'une commande peut être optionnel.



$\backslash\text{asymptote}\{\text{horizontale}\}\{y=2\}$ donne :

La courbe \mathcal{C}_f admet pour asymptote horizontale la droite d'équation $y = 2$.

$\backslash\text{asymptote}\{\text{g}\}\{\text{oblique}\}\{y=2x+1\}$ donne :

La courbe \mathcal{C}_g admet pour asymptote oblique la droite d'équation $y = 2x + 1$.