**Exercice 1**

**Mur de jetons**

1. Le mur numéro 1 a pour force ,

le mur numéro 2 a pour force . C’est ce numéro 1 qui a la plus grande force.

1. On cherche entiers compris entre 1 et 6 tels que . Un mur possible est :

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 1 |  |  |  | Somme 1 |
|  |  | 2 | 2 | 2 |  |  | Somme 6 |
|  | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |  | Somme 20 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | Somme 21 |
|  |  |  |  |  |  |  | Total 48 |

1. Une idée est de ne changer qu’une seule valeur (mais il y a bien des façons de faire) :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | 1 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  |  |  | 3 |  |  |
|  | 2 | 2 | 2 |  |  |  | 2 | 2 | 2 |  |  |  | 2 | 2 | 2 |  |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Force 12 Force 13 Force 14

1. Pour fabriquer un mur de trois étages de force 20, il faut trouver des entiers compris entre 1 et 6 tels que

. Les valeurs possibles pour sont 1, 2 et 3 car on doit avoir .

Si , on a , la seule valeur possible pour est 1 (car on doit avoir ) et alors ;

Si , on a , ce qui donne de même et ou et  ;

Si , on a , ce qui donne et , ou et .

Il y a donc 5 murs possibles de force 20.

**Exercice 2**

**Un logo**

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. Les droiteset sont parallèles car perpendiculaires toutes les deux à la droite donc les triangles sont emboités et comme est le milieu de , on en déduit que est le milieu de et que .   (on peut aussi raisonner par symétrie : G est centre de symétrie du rectangle ABCD, donc I le milieu de [AD] est le symétrique de O le milieu de [BC] par rapport à G donc )  On en déduit que l’aire du triangle rectangle en O est  .   1. Le point est le milieu des segments et donc le quadrilatère est un parallélogramme. |

1. Les droites et sont parallèles donc les angles alternes-internes et ont donc même mesure. Comme est un parallélogramme, les droites et sont parallèles. Les droites et sont parallèles. Les angles et ont donc même mesure. De plus .

On peut donc affirmer que les triangles et sont égaux.

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1. On note respectivement le pied de la hauteur issue de dans le triangle , le pied de la hauteur issue de dans le triangle et le pied de la hauteur issue de dans le triangle BEO alors :   Dans le triangle , est le milieu de et et sont parallèles donc est un agrandissement de , les dimensions du premier étant le double de celles du second.  On a donc . |

1. On peut donc écrire soit .

On en déduit que

d’où, par symétrie d’axe (IO), .

**Exercice 3**

**Décomposition**

1. **a.**  score 28

**b.**  score 1

**c.**  score 5

**d.**  score 48

1. score 54
2. Si . Si on appelle le produit des termes de la somme le score passe de pour 11 à pour 12
3. **a.** Si et si le produit des termes de la somme est , en écrivant , le score passe de à .

**b.**  Si et si le produit des termes de la somme est , alors la décomposition fait passer le score de à Ce score est strictement plus grand que le précédent dès que , c’est-à-dire

1. En application du résultat formulé à la question précédente, nous allons procéder à des décompositions dont les termes sont tous inférieurs à 5.

**a.**  donne un score égal à

Comme , et , il n’y a pas d’intérêt à remplacer une suite de par une suite de ou une suite de par une suite de.

donne un score égal à

, mais tandis que . Une suite de deux est donc préférable à une suite de trois , mais une des questions précédentes nous amène à ne pas utiliser 1.

donne un score égal à . C’est le meilleur score.

**b.**  donne un score égal à . C’est le meilleur score.

**c.**  donne un score égal à . C’est le meilleur score

**Exercice 4**

**Une opération surprenante**

1. Par définition,
2. . Comme est négatif, le signe de ce produit est le signe contraire à celui de . Il est positif si , c’est-à-dire si , négatif dans le cas contraire.

Donc la réponse est non, il suffit de proposer un contre-exemple :

est négatif et est positif.

1. et .

On voit que tandis que . L’opération n’est pas commutative.

1. **a.**  et . Il n’y a égalité que dans le cas

**b.** L’égalité se produit pour , c’est-à-dire pour 0 et 2.

1. s’écrit ou encore

Ce produit d’entiers ne peut valoir que si les deux facteurs valent ou .

On a donc soit et donc

soit et donc