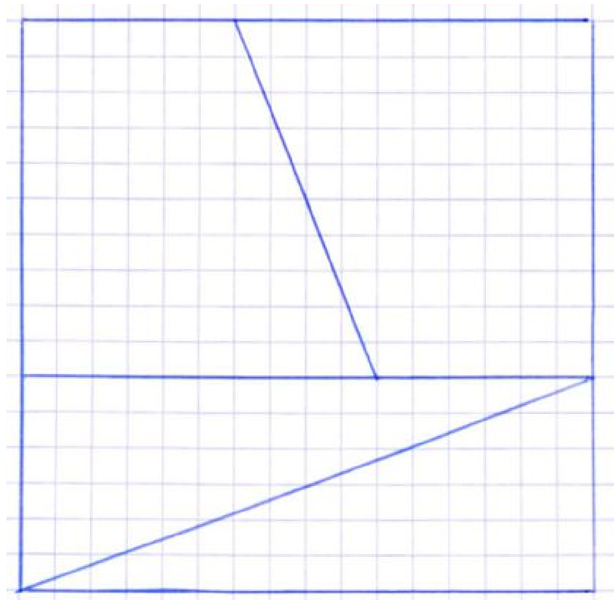
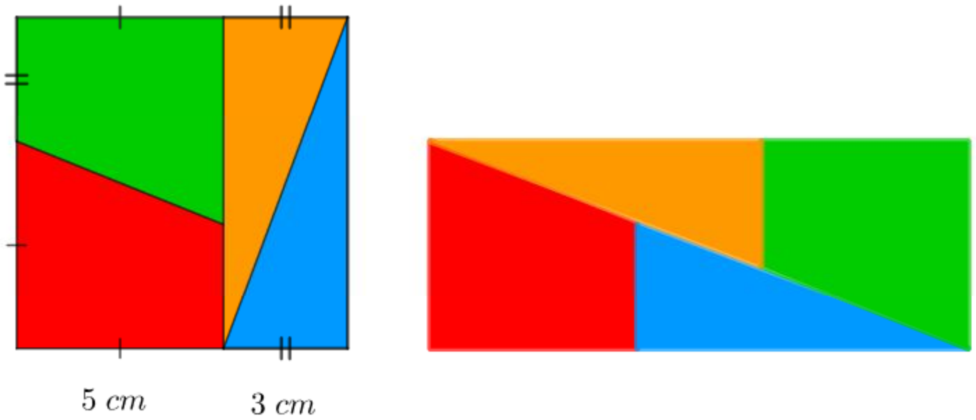
Le puzzle de Lewis Caroll

1. Qui est Lewis-Caroll?
2. Sortez votre puzzle, découper-le et reconstituez le carré
3. Reconstituez-le maintenant en rectangle.



Le puzzle de Lewis Caroll

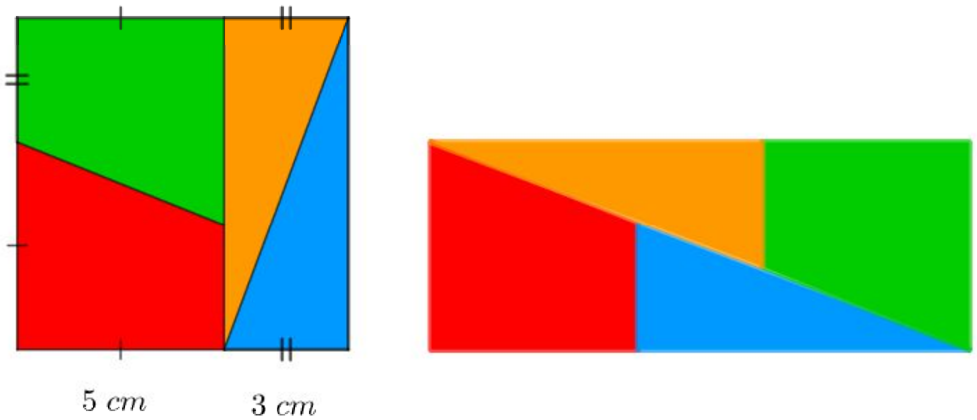
Lewis Carroll aimait les situations étranges, paradoxales, qui heurtent notre logique: en quoi ce puzzle est-il paradoxal?



https://www.geogebra.org/m/spv7p4sj

Le puzzle de Lewis Caroll

Lewis Carroll aimait les situations étranges, paradoxales, qui heurtent notre logique: en quoi ce puzzle est-il paradoxal?

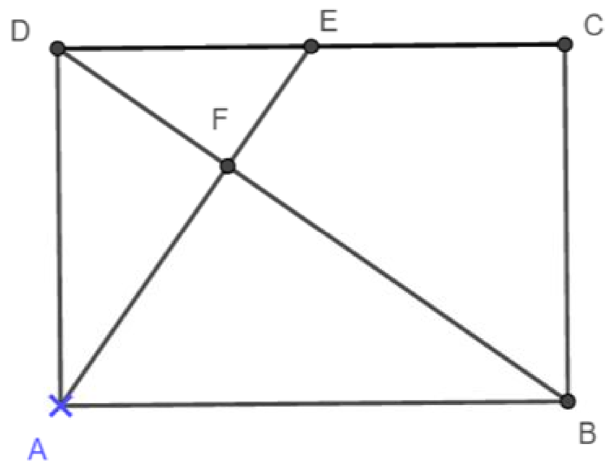


Observez la figure: quel situation de référence y reconnaissez-vous?

https://www.geogebra.org/m/spv7p4sj

Faire naître le besoin de « preuve » chez nos élèves

ABCD est un rectangle de dimensions 19,8 et 14 cm.
E est le milieu du segment [DC].



Que peut-on dire des droites (DB) et (AE) ? Justifier.

Peut être utilisé pour motiver l'utilisation des vecteurs et du produit scalaire

Géogébra mesure un angle de 90.00° avec 2 décimales de précision alors que ce n'est pas un angle droit!

Plusieurs démonstrations possibles

Faire raisonner nos élèves en utilisant les identités remarquables

L'énoncé est adapté d'un problème proposé par Movshovitz-Hadar et Webb dans « One equals zero » (1998).

Un élève de 2nde est fier d'annoncer à son professeur qu'il a réussi à prouver cet étrange paradoxe: 4 = 5

(la double flèche $\Rightarrow$ signifie *implique que*)

$$16-36=25-45$$

$$\Rightarrow 16-36+\frac{81}{4}=25-45+\frac{81}{4}$$

$$\Rightarrow 4^2-2\times4\times\frac{9}{2}+\left(\frac{9}{2}\right)^2=5^2-2\times5\times\frac{9}{2}+\left(\frac{9}{2}\right)^2.$$

En utilisant l'identité remarquable $(a-b)^2=a^2-2\times a\times b+b^2$, on en déduit que :

$$\Rightarrow\left(4-\frac{9}{2}\right)^2=\left(5-\frac{9}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow 4-\frac{9}{2}=5-\frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow 4=5.$$

Qu'en pensez-vous?

Le problème des 4 cartes de WASON

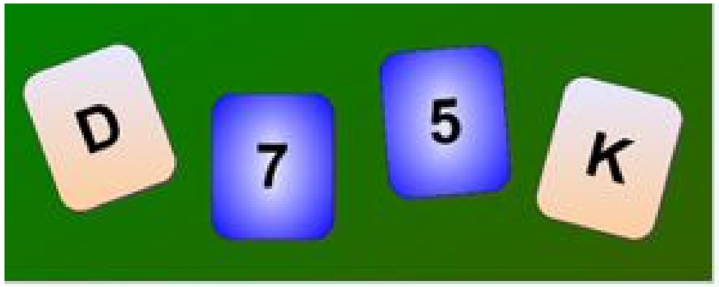
4 cartes comportant un chiffre sur une face et une lettre sur l'autre, sont disposées à plat sur une table. Une seule face de chaque carte est visible et les faces visibles sont les suivantes :

D, 7, 5 et K.

Quelle(s) cartes devez-vous retourner (et seulement celles-là) pour déterminer la véracité de la règle suivante :

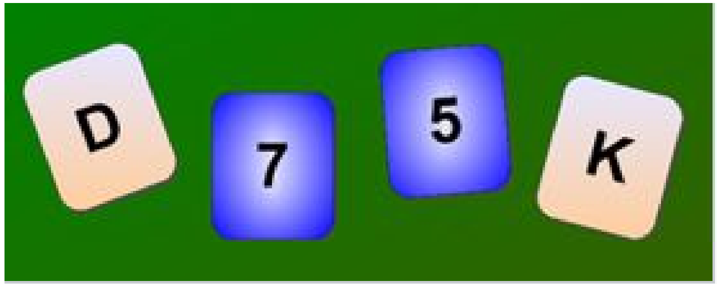
« Si une carte a un D sur une face,

alors elle porte un 5 sur l'autre face. »



Réponse !!!

Les cartes D et 7



Erreurs les plus fréquentes :
* retourner seulement D
* retourner D et 5.

Ces erreurs reposent sur l'idée que la règle n'est vérifiée que si la réciproque l'est.

Proposition de question flash en début de 2nde

Les cosmonautes

Une réunion de cosmonautes du monde entier à lieu à Paris.
Les cosmonautes américains portent tous une chemise rouge.

1. Dans la salle de réunion, on voit quelqu'un qui porte une chemise blanche. Est-il cosmonaute américain ?

2. A côté de la personne précédente, on voit quelqu'un qui porte une chemise rouge. Est-il cosmonaute américain ?

3. Le haut-parleur annonce l'arrivée d'un cosmonaute russe. Porte-t-il une chemise rouge ?

4. Dans le hall, on voit un cosmonaute américain qui porte un manteau et se dirige vers la salle de réunion.
   Porte-t-il une chemise rouge ?

Des rituels sous différentes formes pour créer des automatismes sur le raisonnement.

On donne ci-dessous un extrait d'algorithme permettant d'afficher *Oui* si les vecteurs $\vec{u}(x_{\vec{u}}\,;y_{\vec{u}})$ et $\vec{v}(x_{\vec{v}}\,;y_{\vec{v}})$ sont égaux et *Non* dans le cas contraire :

```
Si  x_u = x_v  et  y_u = y_v  alors
      Afficher « Oui »
Sinon
      Afficher « Non »
Fin Si
```

Par quelles instructions peut être remplacé cet extrait d'algorithme :

1	2

Si $x_{\vec{u}} \neq x_{\vec{v}}$ et $y_{\vec{u}} \neq y_{\vec{v}}$ alors
   Afficher « Non »
Sinon
   Afficher « Oui »
Fin Si
	Si $x_{\vec{u}} \neq x_{\vec{v}}$ ou $y_{\vec{u}} \neq y_{\vec{v}}$ alors
	   Afficher « Non »
	Sinon
	   Afficher « Oui »
	Fin Si

x est un nombre réel :

❶ Vrai ou faux ?

$Si\ x = 2\ alors\ (x-2)(x+3) = 0$

❷ Enoncer la réciproque de l'affirmation précédente. Est-elle vraie ?

VRAI ou FAUX ?

$Si\ x < 2\ alors\ x < 3$

$Si\ x < 3\ alors\ x < 2$

$Si\ x \leq 3\ alors\ x < 3$

$Si\ x < 3\ alors\ x \leq 3$

$Si\ x = 2\ alors\ 2x + 3 = 7$

$Si\ \ 2x + 3 = 7\ alors\ x = 2$

$Si\ \ 2x - 5 < 2\ alors\ x < 3$

$Si\ x < 3\ alors\ 2x - 5 < 2$

Exemples de ces rituels proposés par l'IREM de Clermont

Sur le thème de la logique…

Soit x un réel.

La négation de **« $x < 3$ et $x \geq -2$ »** est :

a) « $x \geq 3$ et $x < -2$ » ;

b) « $x \geq 3$ ou $x < -2$ ».

Sur le thème de l'algorithmique…

On considère l'algorithme suivant :

Entrée : Saisir un nombre x.

Traitement

Si $x < -2$ **alors**

  y prend la valeur $-2x+1$;

SinonSi $x \geqslant -2$ et $x < 4$ **alors**

  y prend la valeur x^2+1 ;

Sinon

  y prend la valeur $\sqrt{x}+15$.

FinSi

FinTraitement

Sortie : Afficher y.

Quelle est la valeur affichée en sortie, en saisissant 1 en entrée ?

A « piquer » sans modération sur le site de l'IREM Clermont

http://www.irem.univ-bpclermont.fr/Calcul-Mental-et-Automatismes-en,1306

Le programme (les 13 démonstrations…)

Capsules vidéo

https://www.monclasseurdemaths.fr/lycee/demonstrations2de/

Nombres et calculs :

Manipuler les nombres réels :

- Le nombre rationnel $\frac{1}{3}$ n'est pas décimal.
- Le nombre réel $\sqrt{2}$ est irrationnel.

Utiliser les notions de multiple, diviseur et de nombre premier :

- Pour une valeur numérique de a, la somme de deux multiples de a est multiple de a.
- Le carré d'un nombre impair est impair.

Utiliser le calcul littéral :

- Quels que soient les réels positifs a et b, on a $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$.
- Si a et b sont des réels strictement positifs, $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$.
- Pour a et b réels positifs, illustration géométrique de l'égalité :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Géométrie :

Manipuler les vecteurs du plan :

- Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.

Résoudre des problèmes de géométrie :

- Le projeté orthogonal du point M sur une droite Δ est le point de la droite Δ le plus proche du point M.
- Relation trigonométrique

$$\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$$

dans un triangle rectangle.

Représenter et caractériser les droites du plan :

- En utilisant le déterminant, établir la forme générale d'une équation de droite.

Fonctions :

Se constituer un répertoire de fonctions de référence :

- Étudier la position relative des courbes d'équation $y = x, = x^2$, $y = x^3$, pour $x \geq 0$.

Étudier les variations et les extremums d'une fonction :

- Variations des fonctions carré, inverse, racine carrée.