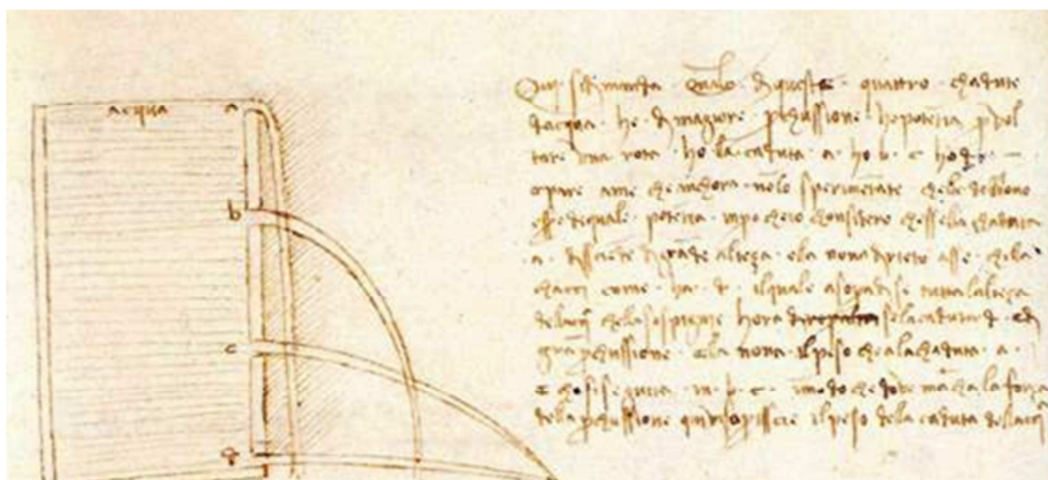


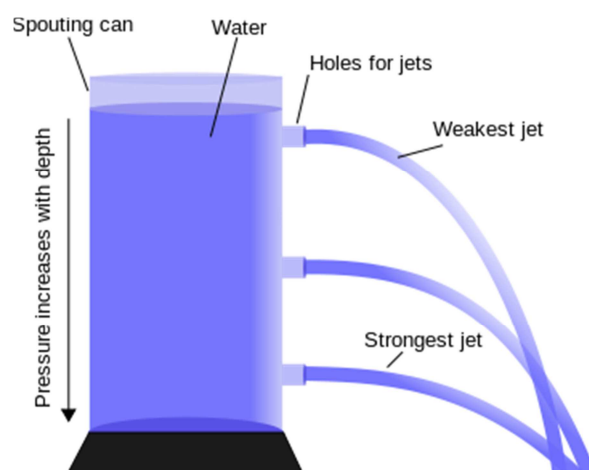
Quelques documents

Une étude de la chute d'eau depuis un récipient percé à différentes hauteurs réalisée par Léonard de Vinci



Un extrait d'une page Wikipédia

A diagram of the spouting can experiment.
The pressure increases with depth.
http://en.wikipedia.org/wiki/Spouting_can



Une expérience réalisée en classe



Une question

Si on se base sur ces différents documents, selon vous à quelle hauteur faut-il percer un cylindre pour que l'impact du jet sur le sol soit le plus loin possible du cylindre ?

Des formules à connaître

D'après la formule de Torricelli, la vitesse de sortie des jets d'eau (horizontale et mesurée en ms^{-1}) est donnée par la formule :

$$V = \sqrt{2gh}$$

où h est la hauteur d'eau au-dessus du trou maintenue constante (mesurée en mètres) et g est la constante d'accélération de la pesanteur égale à $9,81 \text{ N.kg}^{-1}$.

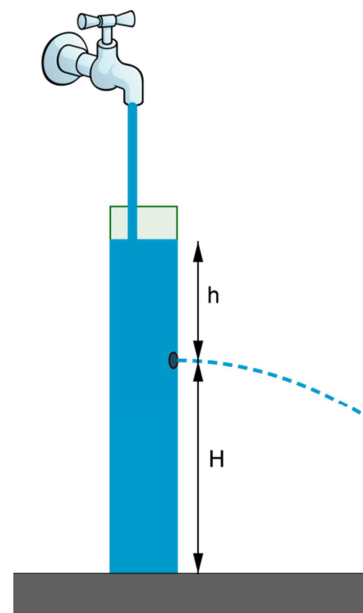
1. Où faut-il percer le trou pour que cette vitesse soit la plus grande possible ?

On peut démontrer que, si l'on débouche un trou à l'instant $t = 0$, la trajectoire théorique des premières gouttes est donnée par les relations :

$$x_H(t) = t\sqrt{2gh} \quad \text{et} \quad y_H(t) = H - \frac{1}{2}gt^2$$

où t est le temps écoulé en secondes, x_H est la distance horizontale entre l'eau et le bord du cylindre, y_H la hauteur des gouttes d'eau par rapport au sol, g est la constante d'accélération de la pesanteur égale à $9,81 \text{ N.kg}^{-1}$, H la hauteur du trou par rapport au sol et h la hauteur d'eau au-dessus du trou, maintenue constante.

Toutes les longueurs sont exprimées en mètres.



On peut noter que ces formules ne dépendent pas de la surface de la base du cylindre.

Il faut simplement que le diamètre du trou percé soit "négligeable" par rapport au diamètre du cylindre.

Quelques pistes de réflexion

On considère dans cette partie que la hauteur d'eau totale dans le cylindre est de 1 mètre.

2. Pour une valeur de H fixée, si t augmente, que se passe-t-il pour x_H et y_H ?
3. Si on suppose que le trou est percé à une hauteur $H = 1/3$, quelle est la position d'une goutte d'eau lorsque :
 $t = 0$; $t = 0,1$; $t = 0,2$; $t = 0,3$ et $t = 0,4$? Interpréter ces résultats.
4. Reprendre la question précédente avec un trou percé à $H = 2/3$.
Que penser alors des documents initialement fourni ?
5. Choisir une valeur de H .
Calculer $x_H(t)$ et $y_H(t)$ pour t variant de 0 s à 0,4 s avec un pas de 0,01 s et afficher le nuage de points obtenu.
Quelle est l'allure de ce nuage de point ? Comment évolue-t-il si on fait varier H ?

Retour à la question initiale

Selon vous, à quelle hauteur faut-il percer un cylindre pour que l'impact du jet sur le sol soit le plus loin possible du cylindre ?

Détailler votre démarche et justifier votre réponse.