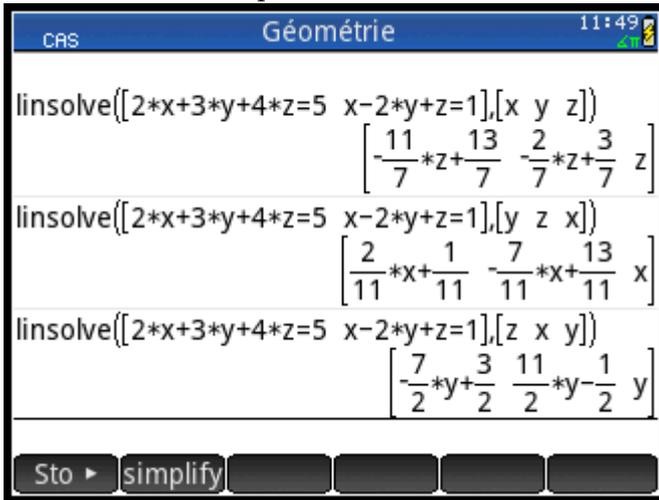


Exercice 1.

On considère la copie d'écran suivante obtenue avec la calculatrice hp prime :



1. Interpréter chaque ligne en terme de représentation paramétrique.
2. Les trois réponses obtenues sont-elles cohérentes ?

Exercice 2.

On considère les deux droites d_1 et d_2 données par les représentations paramétriques suivantes :

$$d_1 \begin{cases} x = 3t + 2 \\ y = 4t + 1 \\ z = 5t - 4 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \qquad d_2 \begin{cases} x = 6t + 8 \\ y = 8t + 9 \\ z = 10t + 6 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

Interprétez la copie d'écran hp prime ci-dessous :

CAS Géométrie 13:40

$\text{linsolve}([6*s+8=3*t+2 \quad 8*s+9=4*t+1 \quad 10*s+6=5*t-1],$
 $\left[\frac{1}{2}*t-1 \quad t \right]$

Sto ► simplify

Éléments de réponse

1 Interprétation

Soit \mathcal{P} le plan d'équation cartésienne $2x+3y+4z=5$ et \mathcal{Q} le plan d'équation cartésienne $x-2y+z=1$.

1.1 Ligne 1

L'intersection des plans \mathcal{P} et \mathcal{Q} est une droite de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = \frac{-11}{7}t + \frac{13}{7} \\ y = \frac{-2}{7}t + \frac{3}{7} \\ z = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

1.2 Ligne 2

L'intersection des plans \mathcal{P} et \mathcal{Q} est une droite de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = t \\ y = \frac{2}{11}t + \frac{1}{11} \\ z = \frac{-7}{11}t + \frac{13}{11} \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

1.3 Ligne 3

L'intersection des plans \mathcal{P} et \mathcal{Q} est une droite de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = \frac{11}{2}t - \frac{1}{2} \\ y = t \\ z = \frac{-7}{2}t + \frac{3}{2} \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

2 Cohérence

Il s'agit dans chaque cas des deux mêmes plans. La droite d'intersection doit donc être la même. On cherche donc à vérifier que les trois systèmes de représentation paramétrique définissent bien tous la même droite.

Pour cela, on peut par exemple prendre deux points obtenus avec la première représentation paramétrique :

A $\left(\frac{13}{7}; \frac{3}{7}; 0\right)$ (obtenu avec $t=0$), B $\left(\frac{2}{7}; \frac{1}{7}; 1\right)$ (obtenu avec $t=1$).

On cherche ensuite à vérifier que ces deux points appartiennent aux droites définies par les représentations paramétriques 2 et 3.

Les valeurs correspondantes des paramètres sont évidentes. Par exemple, on prendra $t = x_A = \frac{13}{7}$ pour obtenir le point A dans le système 2.

3 Question 2

$$\begin{cases} 6s + 8 = 3t + 2 \\ 8s + 9 = 4t + 1 \\ 10s + 6 = 5t - 4 \end{cases}$$

a pour solutions l'ensemble des couples de réels (s, t) de la forme $\left(\frac{1}{2}\alpha - 1; \alpha\right)$.

En d'autres termes tout point de d_1 obtenu avec $t = \alpha$ sera obtenu avec $s = \frac{1}{2}\alpha - 1$ dans la représen-

tation paramétrique $\begin{cases} x = 6s + 8 \\ y = 8s + 9 \\ z = 10s + 6 \end{cases} \quad s \in \mathbb{R} \text{ de } d_2$. Les deux droites sont donc confondues.