|  |  |
| --- | --- |
|  | **Olympiades inter-académiques de mathématiques** |

**Classes de quatrième**

**Concours René Merckhoffer**

**Mardi 27 mars 2018**

**Durée de l’épreuve : 2 heures**

**Les calculatrices et le matériel de géométrie sont autorisés.**

 

 

Les quatre exercices sont à traiter. Les candidats sont invités à faire figurer sur les copies les traces de leurs recherches et les résultats, même partiels, auxquels ils sont parvenus.

**Exercice 1**

**Développement décimal**

1. Quand on effectue la division de $28$ par $27$, on trouve $1,037037037037$…

La division posée permet d’obtenir une écriture décimale périodique illimitée du quotient $\frac{28}{27}$.

La période de cette écriture est composée de trois chiffres (ici $037$) qui se répètent. La $5$e décimale est $3$.

Quelle est la $52$e décimale de $\frac{28}{27}$ ?

2. Quand on effectue la division de $19$ par $13$, on trouve $1,461538461538461538$…

De combien de chiffres est composée la période ?

Quelle est la $100$e décimale de $\frac{19}{13}$ ?

3. Quand on effectue la division de $9 533$ par $270$, on trouve $35,30740740740$…

De combien de chiffres est composée la période ?

Quelle est la $1 000$e décimale de $\frac{9 533}{270}$ ?

4. L’écriture décimale de $\frac{1}{97} $fait apparaître une période de $96$ chiffres.

Quel est le $96$e chiffre de cette période ?

**Exercice 2**

**Code secret**

Les participants à un jeu cherchent à sortir d’une pièce équipée d’un digicode dont le pavé numérique est constitué des dix chiffres de $0$ à $9$. Ils doivent pour cela découvrir le code à composer et disposent des deux indices suivants :

**Premier indice**

Le code est une combinaison ordonnée de quatre chiffres différents pouvant constituer un nombre.

Ce nombre doit être inférieur ou égal à $2 018$.

Par exemple, $0 6 2 7$ est un code correspondant au nombre $627$.

Combien de codes différents peut-on composer ?

**Second indice**

Parmi tous les codes différents que l’on peut composer avec le premier indice, celui qui permet de sortir de la pièce est tel que :

* le nombre formé par le chiffre des milliers et celui des centaines est le double du nombre formé par le chiffre des dizaines et celui des unités ;

par exemple pour $1 809$, $18$ est le double de $09$ ;

* la somme des quatre chiffres du code est paire et non divisible par $9$.

Quel est ce code ?

**Exercice 3**

**La couronne**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Les sommets du polygone grisé représenté ci-contre sont situés sur des droites parallèles espacées de 5 cm. La « base » a pour longueur 4 cm. Quelle est l’aire de ce polygone ? |

**Exercice 4**

**Les fourmis**

1. Voici ci-dessous deux solides : un pavé droit et une boule sur lesquels se déplacent deux fourmis.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

La fourmi n°1 se déplace sur le pavé droit en suivant le parcours formé par les segments [DB] et [BC].

La fourmi n°2 se déplace sur une boule de centre O et de rayon 2 cm qui repose sur un socle de 1 cm de hauteur. Elle part du point D, va en A en suivant le segment [DA], puis rejoint le point B selon le grand cercle de diamètre [AB].

Quelle fourmi parcourt le chemin le plus court ?

2. Deux fourmis se déplacent sur un cylindre de rayon 2 cm.

|  |  |
| --- | --- |
|  | La fourmi n°1, part du point A et décrit le cercle supérieur du cylindre, plusieurs fois de suite.La fourmi n°2, quant à elle, se déplace sur le cylindre en suivant le tracé fléché de A à D, en prenant le plus court chemin, puis remonte en A par le même chemin.Les deux fourmis débutent leur parcours au même instant et se déplacent à la même vitesse, supposée constante.1. Est-ce que la fourmi n°2 rencontrera la fourmi n°1 à son retour en A ?
2. Imaginons que les deux fourmis continuent de se déplacer de la sorte sans s’arrêter. Pourront-elles se rencontrer à un moment donné en A ?
 |