|  |  |
| --- | --- |
|  | **Olympiades inter-académiques de****mathématiques** |

**Classes de quatrième**

**Concours René Merckhoffer**

**Mardi 23 mars 2021**

**Durée de l’épreuve : 2 heures**

**Les calculatrices et le matériel de géométrie sont autorisés.**

 







Les quatre exercices sont à traiter. Les candidats sont invités à faire figurer sur les copies les traces de leurs recherches et les résultats, même partiels, auxquels ils sont parvenus.

**Exercice 1**

***Pyramides d’oranges***

Sur l’étal du marchand, tous les fruits sont rangés. Les oranges sont organisées en pyramides à base carrée. L’étage du haut comporte une seule orange. Cet étage est noté $E1$. L’étage au-dessous sera noté $E2$, et ainsi de suite. Chaque orange est posée sur quatre autres.



**1. *a.*** Combien d’oranges comporte l’étage $E2$ ?

***b.***Combien d’oranges comporte l’étage $E3 $?

***c.*** Combien d’oranges comporte l’étage $E10 $?

***d.*** Y a-t-il un étage comportant exactement 64 oranges ?

***e.***Y a-t-il un étage comportant exactement 200 oranges ?

**2.** Combien d’oranges comporte :

***a.***une pyramide à 2 étages ?

***b.***une pyramide à 3 étages ?

***c.***une pyramide à 10 étages ?

**3.** Les oranges de l’étal ont été organisées pour former une pyramide à sept étages. La pyramide se révèle malheureusement trop instable et il faut en former de plus petites. Proposer une organisation en pyramides à base carrée permettant de ranger toutes les oranges. Toutes les pyramides seront complètes et chacune comptera au minimum 3 étages.

**Exercice 2**

***Coupole***

Le toit d’un édifice parisien est surmonté de cinq coupoles en forme de bulbe (photo ci-dessous).

La figure ci-dessous à droite représente une coupe verticale de la partie haute de la plus grande de ces coupoles.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Les points C et D se trouvent au tiers (en partant de B ou de A) du demi-cercle de diamètre [AB]. Les arcs de cercles $\hat{CS }et \hat{DS }$sont les images respectives des arcs $\hat{BC }et \hat{AD }$dans les symétries de centres C et D. Le diamètre [AB] a pour longueur 11 m. | C:\Users\pmichalak\Desktop\coupole.jpg |  |

**1.** Quelle est la nature du triangle AOD ?

**2.** Quelle est la nature du triangle CSD ?

**3.** Quelle est l’aire de la partie de plan constituée du demi-disque de diamètre [AB] et du triangle curviligne CSD ?

**Exercice 3**

***Carrés magiques***

On s’intéresse aux carrés magiques $3×3 $: ce sont des tableaux à trois lignes et trois colonnes (désignées respectivement par $L\_{1}, L\_{2},L\_{3}et C\_{1, }C\_{2},C\_{3}$) dans lesquels sont inscrits 9 nombres, de sorte que les sommes des nombres écrits dans chaque ligne, dans chaque colonne et dans chaque diagonale (les diagonales sont désignées par $D\_{1}et D\_{2}$) soient égales. Cette somme commune est notée $S$, c’est la *constante* du carré magique.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | 8 |
|  |  | 1 |
|  |  | 6 |

**1.** Dans le carré ci-contre, on inscrit les entiers compris entre 1 et 9.

Le compléter pour en faire un carré magique.

**2.** Des deux tableaux ci-dessous, un seul est magique. Lequel ?

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 23 | −2 | 33 |  |  | −1,5 | −9,5 | −5,5 |
| 28 | 18 | 8 |  |  | −7,5 | −2,5 | −6,5 |
| 3 | 38 | 13 |  |  | −0,5 | −3,5 | −12,5 |

**3.** On désigne par $x$ un nombre quelconque. On se demande s’il est possible de créer un carré magique $3×3$ dans lequel figureraient les neuf nombres

 $16x-10 ; 2x-3 ; -2 ; 4x-4 ; 12x-8 ; 10x-7 ; 6x-5 ; 8x-6 ; 14x-9.$

***a.*** Quelle serait la constante de ce carré magique ?

***b.*** Proposer un carré magique $3×3$ utilisant ces neuf nombres.

**4.** Proposer finalement deux carrés magiques $3×3$ :

***a.***Un carré de 9 nombres tous négatifs ;

***b.***Un carré de constante $S=30.$

**Exercice 4**

***Chamboule-tout***

****

Sur la figure ci-contre, les aires de six carrés ont été indiquées.

Un des sommets du carré oblique blanc coïncide avec un des sommets du carré d’aire 1.

Quelle est l’aire de ce carré ?